

**ALGORITMI E STRUTTURE DATI
(MOD II)
PROVA SCRITTA del 27/09/2023**

ESERCIZIO N. 1

a) Si consideri il problema del *Minimum Spanning Tree (MST)*. Sia $G=(V, E, w)$ l'istanza di input, e sia T un MST di G . Quali di queste affermazioni sono vere?

- Se T' è un albero dei cammini minimi per G allora T' è anche un MST di G .
- Sia e un arco di T , allora esiste almeno un ciclo C in G in cui e è l'arco di peso minore di C .
- Si assuma che G ha tutti archi con pesi distinti, tranne per due archi e ed e' che hanno lo stesso peso $w(e) = w(e')$. Allora l'algoritmo di Prim e di Kruskal trovano sempre lo stesso albero.
- Se il grado massimo in G è δ allora l'algoritmo di Prim implementato con heap binario ha complessità $O(\delta n \log(n))$ nel caso peggiore

b) Rispondere alle seguenti domande:

- Qual è la complessità nel caso peggiore dell'algoritmo di Kruskal implementato con la struttura dati Union-Find senza l'uso dell'euristica *union by size* se il numero di archi $|E| = O(n^{\{3/2\}})$?
[risposta in 1 riga]

- Quale algoritmo useresti per calcolare un MST di G e qual è la sua complessità asintotica nel caso peggiore se G ha tutti gli archi dello stesso peso?
[risposta in 1 riga]

ESERCIZIO N. 2. Si definisca formalmente cos'è un *Certificatore efficiente* (*Efficient Certifier*) e si usi tale concetto per definire la classe di problemi *NP*. Infine, si definisca la versione decisionale del problema del *Minimum Vertex Cover* indicando come è fatta una generica istanza di input e quale è la domanda del problema. Si dimostri che tale problema appartiene alla classe *NP*.