ALGORITMI E STRUTTURE DATI (II MODULO)
PROVA SCRITTA DEL 30/01/2022

ESERCIZIO A. Si consideri il problema di ottimizzazione Minimize Lateness (ML) e l'algoritmo greedy ***G*** ottimale basato sull'ordine crescente delle deadline. Si risponda in modo succinto e chiaro alle seguenti domande rispettando il numero di righe a disposizione.

1. Si definisca formalmente una generica istanza I di ML e si specifichi i parametri di I con cui si analizza la complessità del problema.

-

-

-

-

-

2. Si definisca formalmente una soluzione generica ammissibile per I; Si descriva: i) quale proprietà della soluzione greedy GI e ii) quale tecnica di analisi vengono utilizzate per dimostrare l'ottimalità.

-

-

-

-

-

-

-

-

-

ESERCIZIO B. Sia **V** un insieme di **n** punti del piano euclideo **RxR** e si consideri il grafo completo pesato **<G(V,E);d>** indotto dalla distanza euclidea **d(u,v)** tra due generici punti. Sia **<d_1,d_2,....,d_i,....,d_m>** la sequenza crescente dei pesi degli archi in **E**. Si consideri il generico passo **k-**mo dell'algoritmo ***ALG*** di *Kruskal* per il calcolo del **MST**, quando l'algoritmo considera l'arco di peso **d_k**, e si consideri la soluzione parziale **T(k)** generata alla fine del passo **k**. Quali di queste affermazioni sono vere?

- **ALG** è un algoritmo di visita: ad ogni passo **k** c'è una bipartizione (**S,V-S)** dove **S** è l'insieme dei nodi visitati sinora e l'insieme di archi **T(k)** sinora costruito è uno Spanning Tree per il sottografo indotto da **S**.

- Supponi che al passo **k**-mo, con **k = n, non** venga inserito l'arco considerato **e=(u,v)**. Allora, questo significa che l'insieme **T(k-1)** U { **e** } *contiene* un ciclo, e che quindi **T(k-1)** è già un MST di G.

- Supponi che al passo **k**-mo, per un certo fissato **k ≥ 1**, venga inserito l'arco **e=(u,v)**. Allora, questo significa che **u** e **v** facevano parte di due componenti connesse distinte definite da **T(k-1).** Inoltre il peso dell'arco **e** è il **k**-mo arco più piccolo in tutto **E.**

- Alla fine del passo **k ≥1**, ***ALG*** ha costruito una partizione **<C_1,C_2,...,C_j,...,C_h>** di **V** con **h≥n-k,** e **T(k)** è una foresta di **h** componenti connesse.

- Alla fine del passo **k ≥ 1**, ***ALG*** ha costruito una partizione di **<C_1,C_2,...,C_j,...,C_h>** di **V** con **h≥n-k**, e **T(k)** è una foresta di **h** componenti connesse tali che, per ogni coppia **i ≠ j,** presa qualsiasi coppia di nodi **u** in **C_i** e **v** in **C_j**, si ha che **d(u,v) ≥ d_k.**