

ALGORITMI E STRUTTURE DATI (ASD)

II modulo (Prof. Clementi)

A.A. 2021-22

Prova scritta del 14/09/2022

NOME:

COGNOME:

MATRICOLA:

ANNO DI IMMATRICOLAZIONE:

ESERCIZIO 1. Si consideri il problema Knapsack (K) e si consideri l'algoritmo ottimale **PD** per **K** basato sulla Programmazione Dinamica. Si consideri una generica istanza $X = \langle I_1=(w_1, v_1), \dots, I_j=(w_j, v_j), \dots, I_n=(w_n, v_n) \rangle ; W \rangle$ di **K**, dove $M = \max\{w_j, v_j : j=1, \dots, n\}$. Si risponda alle seguenti domande con al massimo quattro righe negli spazi appropriati, dando delle brevi spiegazioni.

A) L'esistenza di un qualsiasi algoritmo che impiega tempo $\Theta(n^2 \log^{24}(M))$ mostrerebbe che il problema **K** è nella classe **P**?

-
-
-
-

B) Prefissato un qualsiasi ordinamento degli items $\{I_j : j=1, \dots, n\}$, la funzione $OPT(j-1, w-w_j)$ calcolata da **PD** è uguale al valore ottimo relativo alla sottoistanza $\langle I_1, \dots, I_{j-1} \rangle ; w-w_j \rangle$? Se **SI**, in che modo viene utilizzato questo valore nell'algoritmo **PD**? Se **NO**, quale/i valore/i della funzione $OPT(j, w)$ vengono utilizzati da **PD** al generico passo ricorsivo?

-
-
-
-

C) Nella versione iterativa dell'algoritmo **PD**, l'entrata della matrice $M(j, w)$ contiene la soluzione ottima formata da un qualsiasi sottoinsieme **S** di $\{I_1=(w_1, v_1), \dots, I_j=(w_j, v_j), \dots, I_n=(w_n, v_n)\}$ tale che:
 $|S| \leq j$ e $\sum_{(k \in S)} v_k = w$?

-
-
-
-

ESERCIZIO 2. Fissato un grafo connesso $G(V,E)$ con pesi positivi. Partendo da un fissato nodo sorgente $s \in V$, si consideri il passo k -mo dell'algoritmo di visita **ALG** di Dijkstra per il calcolo dello Shortest-Path Tree **SPT(s)** e siano, rispettivamente, S l'insieme dei nodi di V visitati da **ALG** sino al passo $k-1$ e v il nodo inserito in S al passo k . Si risponda alle seguenti domande usando al massimo quattro righe negli spazi appropriati, dando delle brevi spiegazioni.

- Quale/i proprietà di distanza ha il nodo v rispetto al nodo sorgente s e rispetto ai nodi sinora inseriti.

-
-
-
-

- Il cammino, calcolato da **ALG**, da s a v , contiene sempre *tutti e soli* i nodi sinora visitati? Se *SI*, dire per quale principio, se *NO*, dire quale altra proprietà simile vale e per quale principio.

-
-
-
-

- Se tutti gli archi in E avessero pesi distinti, allora l'albero **SPT(s)** sarebbe sempre unico ed, inoltre, non dipenderebbe dalla scelta del nodo sorgente s ? Se *SI*, dire per quale principio o proprietà questo è vero, se *NO*, mostrare un controesempio con al massimo 5 nodi e pesi tutti positivi e razionali.

-
-
-
-