

Algoritmi e Strutture Dati (modulo I)

Testo della prova scritta del 19 giugno 2018

docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

Esercizio 1 [10 punti]

- (a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni $f_i(n)$, $f_{i+1}(n)$ adiacenti nell'ordinamento si specifichi se $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$ o se $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$.

Le funzioni sono: $2^{\frac{1}{3}n}$, $\frac{n\sqrt[4]{n^8+8}}{n+\sqrt{n+8}}$, $n\sqrt[50]{n^{49}+50}$, 2^n , $\frac{n^2}{\log n^3}$, $\frac{n^2+313}{\log \log n}$, $\frac{n^2+\sqrt{n}}{\log^3 n}$, $2^{3\sqrt{\log n}}$, $n^2 + n^{1.5} \log^{3.5} n$.

- (b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi, A_1 e A_2 le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = T_1(n-1) + \sqrt{n}, T_1(1) = 1;$$

$$T_2(n) = 5T_2(n/5) + n, T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

Esercizio 2 [12 punti] Sia $V[1 : n]$ un vettore di n numeri non negativi. Costruire in tempo $O(n \log n)$ un *oracolo* (struttura dati), in grado di rispondere in tempo $O(\log n)$ a *query* (domande) del seguente tipo:

- **Circa**(x, δ): dato un numero positivo x e $\delta > 0$, restituisce il numero di elementi di V compresi fra $x - \delta$ e $x + \delta$.

Esercizio 3 [12 punti]

Vi siete comprati una macchina elettrica che ha una batteria di Δ unità di energia. La vostra città è modellata come un grafo non pesato e non diretto $G = (V, E)$ di n nodi e m archi. Siete sul nodo s e volete raggiungere il nodo t . Ogni arco che attraversate consuma una unità della batteria. In alcuni nodi, diciamo nell'insieme $U \subseteq V$, è possibile ricaricare completamente la batteria. Progettate un algoritmo che vi dica se è possibile raggiungere t da s . L'algoritmo deve avere complessità temporale $O(nm)$, meglio ancora se è $O(|U|m)$.