ESERCIZIO 1. Si consideri il problema del Weighted Interval Scheduling in cui l'istanza generica è l'insieme di intervalli $I = \{I\_1, ..., I\_j, .., I\_n\}$ dove $L\_j = (s\_j, f\_j, v\_j)$ e' il j-mo intervallo. Si consideri la formulazione corretta del problema in termini di programmazione dinamica *OPT(j)*. Si risponda alle seguenti domande in modo sintetico e non ambiguo.

1. Rispetto a quale criterio devono essere ordinati gli intervalli?
2. La funzione *OPT(j)* restituisce un sottoinsieme di Intervalli?
3. Dare la definizione formale di *OPT(j)*.
4. Dare la definizione della funzione (predecessore) *P(j)* necessaria per la formulazione corretta della programmazione dinamica. Per calcolarla, serve una formula ricorsiva? Dare una motivazione sintetica e non ambigua alla risposta.
5. Scrivere la formula ricorsiva ottimale per *OPT(j).* Dare una motivazione sintetica e non ambigua alla risposta.
6. Si consideri l'algoritmo ricorsivo che calcola *OPT(j)* e si costruisca un'istanza generica di j elementi in cui il numero di chiamate ricorsive della funzione *OPT(i),* per valori di $i=1,..,j-1$, cresce <u>esponenzialmente</u> in j. In particolare si descriva con precisione quali devono essere le eventuali relazioni (<,>, =) tra i parametri s_i, f_i, $P(i)$ e v_i affinchè avvenga la suddetta crescita esponenziale.

ESERCIZIO 2. Si consideri il problema del *Maximum Independent Set* (*Max-IS*) su grafi.

1. Si dimostri che la versione del problema decisionale (*IS*) è in ***NP.***
2. Supponiamo di avere un algoritmo *ALG* che risolve il problema decisionale IS in tempo *p(n).* Si dimostri che esso può essere utilizzato per progettare un algoritmo ALG-OPT che calcola il *valore* dell'ottimo in tempo (worst-case) O(p(n) * log n). La dimostrazione dovrà mostrare sia la correttezza dell'algoritmo che il suddetto bound sul tempo.
3. Si consideri ora il problema del Minimum Vertex Cover (Min-VC). Descrivere quale sia la relazione tra *Max-IS* e Min-VC. Dare una motivazione sintetica e non ambigua alla risposta.