

Algoritmi e Strutture Dati con Laboratorio (modulo II)

Testo della prova scritta del 6 febbraio 2014

docenti: Luciano Gualà e Giorgio Gambosi

Cognome:..... Nome:..... Matr.:.....

Esercizio 1 Sia $G = (V, E)$ un grafo diretto aciclico in cui a ogni nodo $v \in V$ è associato un colore $c(v) \in \{\text{bianco}, \text{nero}\}$. Un nodo v ha *discendenza bianca* (rispettivamente, *discendenza nera*) se il numero di cammini distinti che partono da v e che finiscono con un nodo di colore bianco (rispettivamente, nero) è strettamente maggiore del numero di cammini distinti che partono da v e che finiscono con un nodo di colore nero (rispettivamente, bianco). Un nodo che non ha discendenza né bianca né nera è detto avere *discendenza grigia*. Progettare un algoritmo che calcola, per ogni nodo, il colore della sua discendenza. L'algoritmo, deve avere complessità lineare (nella dimensione del grafo).

Esercizio 2 Sia dato un grafo orientato $G = (V, A)$ e due insiemi disgiunti di nodi di G : $S = \{s_1, \dots, s_k\}$ e $D = \{d_1, \dots, d_k\}$. Si definisca un algoritmo che, in tempo polinomiale, determini se esistono k cammini orientati c_1, \dots, c_k in G e una permutazione π di $\{1, \dots, k\}$ tali che:

1. per ogni $i = 1, \dots, k$, c_i inizia in s_i e termina in $d_{\pi(i)}$
2. i cammini sono *disgiunti sugli archi*, vale a dire ogni arco $\langle v_i, v_j \rangle \in A$ appartiene ad al più uno solo dei cammini c_1, \dots, c_k

Se possibile, si definisca inoltre un algoritmo polinomiale per il caso in cui siamo interessati a cammini *disgiunti sui nodi*, nel senso che ogni nodo $v_i \in V$ appartiene al più ad un solo cammino.