

Cognome:..... **Nome:**..... **Canale:**.....

Alla conclusione dell'esame, consegnare questo foglio insieme con le foglie che contengono lo svolgimento dei esercizi, nella versione da valutare. Ricordare di *scrivere il proprio nome e cognome su ogni foglio consegnato e indicare chiaramente le risposte*.

CONSEGNARE LO SVOLGIMENTO PER TUTTI I QUESITI

Quesito n.1 (5 punti) Calcolare i limiti

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2}, \quad B = \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\cos x - 1}{x^2}$$

Quesito n.2 (5 punti) Determinare il dominio di definizione, i limiti agli estremi degli intervalli di definizione, gli intervalli in cui è crescente e decrescente, gli eventuali punti di minimo e massimo assoluto e relativo, e tracciare infine il grafico, della funzione:

$$f(x) = \frac{e^{-(x-4)^2}}{x}$$

Quesito n.3 (5 punti)

(A) Quale fra

$$(I) y(x) = Ce^{3x} - \frac{1}{2}e^x, \quad (II) y(x) = C_1e^{3x} + C_2e^x, \quad (III) y(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + Ce^x$$

è la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y' = 3y + e^x ?$$

(B) Eventualmente approfittando del risultato della parte precedente, si trovi la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 3y + e^x, \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

Quesito n.4 (5 punti) Studiare in funzione del parametro t l'esistenza di soluzioni del seguente sistema (cioè, dire per quali valori di t c'è un'unica soluzione, per quali nessuna soluzione, e così via), e calcolarle nei casi in cui sono infinite:

$$\begin{cases} (t-2)^2x - 2y = 4 \\ 2x - y = t-2 \end{cases}$$

Quesito n.5 (5 punti) Data la matrice

$$M = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix},$$

(A) si dice quale fra

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

è un autovettore di M , e con quale autovalore.

(B) trovare gli autovalori di M , e per ogni autovalore non già visto nella parte precedente trovare un autovettore non zero.

(ricorda che " $\vec{v}$ è un autovettore di M con autovalore λ " significa che $M\vec{v} = \lambda\vec{v}$ per una matrice M , un vettore $\vec{v}$, ed un scalare λ .)

Quesito n.6 (5 punti) Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \cos \theta e^{\sin \theta} d\theta.$$