# Informatica 1

## Raccolta di esercizi sulla parte di Automi, Grammatiche e Macchine di Turing

- Scrivere un'espressione regolare per il linguaggio sull'alfabeto $\{a, b\}$ delle parole che contengono almeno due occorrenze di $aa$ e almeno una occorrenza di $bb$. Sono permesse le sovrapposizioni delle due occorrenze: ad esempio la parola $aaabb$ appartiene al linguaggio.
- Dare la definizione formale della funzione di automa finito non deterministico e di linguaggio accettato.
- Sia linguaggio $L$ su $\Sigma = \{a, b\}$ delle parole che contengono $bba$ e terminano per $b$ oppure che iniziano per $a$ e hanno lunghezza dispari.
  1. Definire un automa non deterministico per $L$.
  2. Applicare la costruzione per sottoinsiemi e calcolare l'automa deterministico equivalente. L'automa risultante e' minimale? Motivare la risposta.
  3. Dare una semplice espressione regolare per $L$.
- Dare un'automa con $\epsilon$-transizioni che accetta il linguaggio definito dalla seguente espressione regolare:

  $$E = (ab^* + ba^*)b(a + b)$$

  Elencare tutte le parole di lunghezza 4 che appartengono al linguaggio.
- Sia $L$ un linguaggio regolare. Si consideri il linguaggio $L_1 = \{w_1w_2 \mid w_1 \in L \iff w_2 \notin L\}$. $L_1$ é regolare? Motivare la risposta.
- Dare la definizione formale di grammatica context-free e di albero di derivazione. Dare poi un esempio di grammatica e di albero di derivazione per una parola.
- Per ciascuno dei seguenti linguaggi dare una grammatica context-free che lo genera.
  1. L'insieme delle parole sull'alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$, della forma $a^{2n+1}b^n$ con $n > 0$;
  2. L'insieme delle parole sull'alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$, della forma $wc\tilde{w}$ dove $w \in \{a, b\}^*$ e $\tilde{w}$ indica la parola uguale a $w$ letta da destra verso sinistra.
- Sia linguaggio $L$ su $\Sigma = \{a, b\}$ delle parole che hanno lunghezza dispari e terminano per $ba$ oppure hanno lunghezza un multiplo di 3.
  1. Definire un automa non deterministico (eventualmente con $\epsilon$-transizioni) per $L$.
  2. Applicare la costruzione per sottoinsiemi e calcolare l'automa deterministico equivalente.
- Sia $L$ il linguaggio su $\Sigma = \{a, b\}$ delle parole che contengono $bba$ oppure $abb$ e terminano per $b$. Dare una semplice espressione regolare per $L$. (`Sugg.`: Fare attenzione al fatto che la parola $abb$ termina per $b$).
- Enunciare il Pumping Lemma.
  Utilizzare il pumping lemma per dimostrare che il linguaggio $L = \{a^nb^{n+2} \mid n > 0\}$, sull'alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$, non é regolare.

- Per ciascuno dei seguenti linguaggi dare una grammatica context-free che lo genera.
  1. L'insieme delle parole sull'alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$, della forma $a^{2n}b^i a^n$ con $n > 0, i \geq 0$;
  2. L'insieme delle parole di lunghezza dispari sull'alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$, in cui il simbolo iniziale é uguale a quello centrale.
- Sia $L$ il linguaggio sull'alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ delle parole che iniziano per $b$ e contengono $aba$ oppure che iniziano per $a$ e hanno lunghezza dispari.
  1. Definire un automa non deterministico per $L$.
  2. Applicare la costruzione per sottoinsiemi e calcolare l'automa deterministico equivalente. L'automa risultante e' minimale? Motivare la risposta.
  3. Dare una semplice espressione regolare per $L$.
- Dare un'automa con $\epsilon$-transizioni che accetta il linguaggio definito dalla seguente espressione regolare:

  $$E = (a + bb^*)(a + b)^*$$

  Elencare tutte le parole di lunghezza 4 che appartengono al linguaggio.
- Enunciare il Pumping Lemma. Utilizzare il pumping lemma per dimostrare che il linguaggio $L = \{a^{n-1}b^{2n} \mid n > 0\}$, sull'alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$, non é regolare.
- Sia $L$ un linguaggio regolare sull'alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$. Si consideri il linguaggio $L_1 = \{awb \mid w \notin L\}$. $L_1$ é regolare? Motivare la risposta.
- Siano $E_1$ e $E_2$ due espressioni regolari. Definire formalmente il linguaggio rappresentato dall'espressione regolare $E_1 + E_2$ e costruire l'automa che lo riconosce.
- Sia $L$ un linguaggio regolare. Si consideri il linguaggio $L_1 = \{w \mid w \in L, w \text{ di lunghezza pari }\}$. $L_1$ é regolare? Motivare la risposta.
- Enunciare il Pumping Lemma. Sia $w$ una parola: indico con $\tilde{w}$ la parola uguale a $w$ letta da destra verso sinistra. Utilizzare il pumping lemma per dimostrare che il linguaggio delle parole "palindrome con centro fissato" $L = \{wc\tilde{w} \mid w \in \{a, b\}^*\}$, sull'alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$, non é regolare.
- Dare un'automa con $\epsilon$-transizioni che accetta il linguaggio definito dalla seguente espressione regolare:

  $$E = (ab + ba)^*bb^*$$

- Dare un esempio di un semplice linguaggio regolare descrivendolo sia verbalmente, sia mediante un automa finito (deterministico o no) sia mediante un'espressione regolare.
- Dare la definizione formale di automa finito non deterministico con $\epsilon$-transizioni.
- Sia $L$ il linguaggio sull'alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ delle parole che iniziano per $b$ e contengono $abba$. Definire un'espressione regolare per $L$. Definire un automa non deterministico per $L$. Applicare la costruzione per sottoinsiemi e calcolare l'automa deterministico equivalente. L'automa ottenuto é minimale? Motivare la risposta.
- Dare la definizione formale insieme ad un esempio di grammatica context-free.
- Data la grammatica $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ definita dalle seguenti regole:

  $S \to aB \mid bA \mid \epsilon$

  $A \to aS \mid bAA$

  $B \to bS \mid aBB$

1. dare una derivazione sinistra, una derivazione destra e un albero di derivazione per la parola *abaabb*
2. Descrivere il linguaggio generato dalla grammatica $G$.

- Per ciascuno dei seguenti linguaggi sull'alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$, dare una grammatica context-free che lo genera.

  1. L'insieme delle parole della forma $a^{2n}b^n$ con $n > 0$;
  2. L'insieme delle parole di lunghezza pari in cui i due simboli centrali sono due $b$;

- Data la seguente grammatica:
  $S \rightarrow SAB \,|\, \epsilon$
  $A \rightarrow aSb \,|\, CD \,|\, \epsilon$
  $B \rightarrow bSa \,|\, AS$
  $C \rightarrow BC \,|\, AC \,|\, a$
  $D \rightarrow CD$

  Derivare almeno 5 parole appartenenti al liguaggio. Descrivere verbalmente il linguaggio generato.

- Sia linguaggio $L$ su $\Sigma = \{a, b\}$ delle parole che contengono *baba* e che iniziano e terminano per $b$:

  1. Si definisca un automa non deterministico per $L$.
  2. Applicare la costruzione per sottoinsiemi e calcolare l'automa deterministico equivalente. L'automa risultante e' minimale? Motivare la risposta.
  3. Si dia una semplice espressione regolare per $L$.
     (Definire l'espressione regolare in modo indipendente dall'automa).

- Descrivere una macchina di Turing per il linguaggio delle parole su $\Sigma = \{a, b\}$ di lunghezza dispari che contengono una $a$ nella posizione centrale.

- Descrivere una macchina di Turing per il linguaggio delle parole su $\Sigma = \{0, 1\}$ che interpretate come nnumeri binari sono multipli di 4.