Universita' di Roma Tor Vergata

Esame di Geometria 1 (Prof. Ghione)

9 Settembre 2008

Nome e Cognome ....

Giustificare le risposte. Rispondere innanzitutto alle domande contrassegnate da un asterisco.

Esercizio 1

Dare la definizione di sistema di riferimento cartesiano

Esercizio 2

Consideriamo lo spazio vettoriale V formato dalle matrici a coefficienti reali di due righe e tre colonne. Sia U il sottospazio vettoriale formato dalle matrici per le quali la somma degli elementi sulle due righe è la stessa e sia W quello formato dalle matrici per le quali la somma degli elementi sulle tre colonne è la stessa.

a)* Calcolare la dimensione di V, U e W.

b)* Calcolare una base per il sottospazio $U \cap W$ e scrivere, se esiste, una esplicita matrice di $U \cap W$ i cui coefficienti siano numeri interi positivi

c) Dimostrare che non esistono matrici di V per le quali la somma su tutte le righe e su tutte le colonne sia uno stesso numero p non nullo.

Esercizio 3

Fissiamo nello spazio euclideo un sistema di riferimento cartesiano (O,**i**,**j**,**k**).

a)* Determinare l'equazione cartesiana del piano α passante per A=(0,1,2) e avente per giacitura lo spazio W= *Span* (**i** , **j**-2**k**).

b)* Fare uno schizzo che rappresenti la superficie di equazione e dire di che superficie si tratti

$$x^2 - 4y^2+z^2=0$$

c) Descrivere, giustificando la risposta, la curva che si ottiene intersecando la superficie precedente col piano α.

Esercizio 4

Consideriamo lo spazio vettoriale V formato da tutte le funzioni polinomiali P(x) di grado minore o uguale a tre:

$$V=\{P(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3 \ : a_i \in \mathbf{R} \}$$

Sia ϕ la funzione lineare

$$\phi \ : \ V \longrightarrow \mathbf{R}^2 \qquad \text{definita da} \qquad \phi(P(x)) = (P(1)+P(2),P(1)-P(2))$$

a)* Calcolare una base per Ker ϕ.

b)* Calcolare la fibra $\phi^{-1}((2,0))$

c) Supponiamo ora che l'applicazione lineare $\phi \ : \ V \longrightarrow \mathbf{R}^2$ sia definita da

$$\phi(P(x)) = (aP(1)+bP(2),cP(1)+dP(2))$$

dire in quali casi ϕ non è suriettiva.