

Notazione: Indichiamo con $\log n$ il logaritmo di n in base 2 e con $\ln n$ il logaritmo naturale di n , in base e .

Alcuni esercizi che richiedono PARI/GP:

? presenta la lista dei comandi divisi per argomento

?5 presenta la lista dei comandi utili in Teoria dei Numeri "NUMBER THEORETICAL functions"

?comando spiega l'uso del comando.

1. Stimare il numero di primi

$$1 \leq p \leq 10^{40}, \quad 10^{40} - 10^3 \leq p \leq 10^{40} + 10^3, \quad 10^{100} - 10^3 \leq p \leq 10^{100} + 10^3, \quad 10^{100} - 10^4 \leq p \leq 10^{100} + 10^4.$$

Andare su <http://www.mat.uniroma2.it/~geo2/Primes.txt> e provare...

2. Sperimentare col comando `nextprime()` in Pari/GP.

- (a) Sia $n = 10^{10}$ un numero di 10 cifre. Di quante cifre differisce approssimativamente da n il numero primo successivo?
- (b) Sia $n = 10^{100}$ un numero di 100 cifre. Di quante cifre differisce approssimativamente da n il numero primo successivo?
- (c) Sia $n = 10^{500}$ un numero di 500 cifre. Di quante cifre differisce approssimativamente da n il numero primo successivo?

3. Stimare la probabilità che un numero intero a caso dell'ordine di grandezza di 10^{200} sia primo. Quanti numeri primi possiamo aspettarci all'incirca nell'intervallo $[N - A, N + A]$, con $N = 10^{200}$ ed $A = 10^{10}$? Quante cifre in comune avranno verosimilmente tali primi? Confrontare il risultato costruendo la lista effettiva dei primi nell'intervallo dato e sperimentando col comando `nextprime` in PARI-GP. Ripetere con $N = 10^{350}$ ed $A = 10^{20}$.