1. Siano V e W spazi vettoriali.
   (a) Mostrare che $V \otimes W$ e $W \otimes V$ sono isomorfi e l'isomorfismo è unico.
   (b) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione ≥ 2 e siano $v, w \in V^*$. Mostrare che in generale $v \otimes w \neq w \otimes v$.

2. Sia $V = \mathbf{R}^3$ con la base canonica e_1, e_2, e_3 e sia $f = \eta_1 \otimes \eta_2 \otimes \eta_3 \in T^3(V^*)$, dove η_1, η_2, η_3 denota la base duale di V^*. Verificare che $f \neq Sym(f) + Alt(f)$.

3. Sia V uno spazio vettoriale di dimensione n, e siano $f \in \bigwedge^2(V^*)$ e $g \in \bigwedge^1(V^*)$. Calcolare $f \wedge g$.

4. Siano $\omega = \omega_1 dx_1 + \omega_2 dx_2 + \omega_3 dx_3$ ed $\eta = \eta_1\ dx_1 + \eta_2 dx_2 + \eta_3 dx_3$ due 1-forme in $\mathbf{R}^3$. Verificare che le componenti della 2-forma $\omega \wedge \eta$ coincidono con le componenti del prodotto vettoriale $X_\omega \times Y_\eta$, dove $X_\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ ed $Y_\eta = (\eta_1, \eta_2, \eta_3)$.

5. Sia V uno spazio vettoriale di dimensione n, e siano $f_1, \dots f_k \in \bigwedge^1(V^*)$. Mostrare che $f_1 \wedge \dots \wedge f_k(v_1, \dots, v_k) = \det(f_i(v_j))$.

6. (*Proprietà universale del prodotto esterno*). La mappa
$$\pi : \underbrace{V \times \dots V}_{k \text{ volte}} \to \bigwedge{}^k(V), \text{definita da } \pi(v_1, \dots, v_k) := v_1 \wedge \dots \wedge v_k,$$
è k-multilineare alternante. Mostrare che è *universale*, cioè se $A \colon V \times \dots \times V \to W$ è un'applicazione k-multilineare alternante, allora esiste un'unica applicazione lineare $\widetilde{A} \colon \bigwedge^k(V) \to W$ tale che $A = \widetilde{A} \circ \pi$.