1. Sia $f\colon \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$ la funzione data da $f(x,y,z) = x^3 - y^3 + xyz - xy$.
   (a) Mostrare che $S = \{f = 0\}$ è una sottovarietà di $\mathbf{R}^3$, in un intorno di $p = (1,1,1)$.
   (b) Determinare lo spazio tangente T_pS ad S in p.

2. Sia $f\colon M \to N$ un diffeomorfismo e sia $X \in \mathcal{X}(M)$.
   (a) Derivare una formula per f_*X come derivazione di $C^\infty(N)$.
   (a) Derivare una formula per il flusso di f_*X.

3. Calcolare il flusso dei seguenti campi vettoriali su $\mathbf{R}^2$
   (vedi Esempi di campi vettoriali 1 , 2 , 3 , 4 , 5, dalla pagina principale)
   (a) $X = -y\frac{\partial}{\partial x} + x\frac{\partial}{\partial y}$;
   (b) $X = x\frac{\partial}{\partial x} + x\frac{\partial}{\partial y}$;
   (c) $X = -x\frac{\partial}{\partial x} + y\frac{\partial}{\partial y}$;
   (d) $X = y\frac{\partial}{\partial x} + x\frac{\partial}{\partial y}$;
   (e) $X = y\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}$.

4. Calcolare il flusso dei seguenti campi vettoriali:
   (a) $Z = (4x - 3y)\frac{\partial}{\partial x} + (6x - 5y)\frac{\partial}{\partial y}$ su $\mathbf{R}^2$;
   (b) $Z = (1 + x^2)\frac{\partial}{\partial x}$ su $\mathbf{R}$;

5. Sia $\phi\colon \mathbf{R} \times M \to M$, $\quad \phi(t,x) = \phi_t(x)$ un'azione liscia di $\mathbf{R}$ su una varietà M (ϕ_t è un gruppo ad un parametro di diffeomorfismi di M, ossia soddisfa $\phi_s \circ \phi_t(x) = \phi_{s+t}(x)$, per ogni $s, t \in \mathbf{R}$ ed $x \in M$). Mostrare che

$$X(p) := \frac{\partial}{\partial t}|_{t=0}(\phi_t(p))$$

definisce un campo vettoriale liscio il cui flusso è ϕ.