1. Sia $F\colon M \to N$ una mappa liscia fra varietà differenziabili. Verificare che il pull-back $F^*\omega$ di una forma differenziale $\omega \in \Omega(N)$ è liscia. (cf. Lee, Prop.12.19 e Exerc.12.21, pag.317-318).

2. Siano ω la forma su $\mathbf{R}^3$ data da $\omega = zdx\wedge dy + xydx\wedge dz$ e la funzione $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ data da $f(u,v) = (u^2, u, uv)$. Calcolando separatamente i termini delle due uguaglianze, verificare che
   (a) $d(f^*(\omega)) = f^*(d\omega)$;
   (b) $d(f\omega) = df \wedge \omega + fd\omega$, dove $f\colon \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$ è data da $f(x,y,z) = xy$.

3. Sia M una varietà differenziabile. Siano A un chiuso, $U \subset M$ un aperto contenente A ed ω una forma differenziale su A. Mostrare che esiste una forma differenziale $\tilde{\omega}$ su M, con supporto in U e che coincide con ω su A. (applicazione delle partizioni dell'unità).

4. Sia ω la 2-forma su $\mathbf{R}^3$ data da

$$\omega = xdy \wedge dz - ydx \wedge dz + zdx \wedge dy.$$

   (a) Calcolare ω in coordinate sferiche $(x,y,z) = (\rho \sin\phi \cos\theta, \rho \sin\phi \sin\theta, \rho \cos\phi)$.
   (b) Calcolare $\iota^*_{S^2}\omega$ il pull-back di ω sulla sfera unitaria S^2, nell'aperto dove le coordinate sferiche sono definite.
   (c) Verificare che $\iota^*_{S^2}\omega$ non si annulla.