

1. (i) Siano $(1 : 2 : 3)$, $(1 : 0 : -1)$ e $(2 : 1 : 0)$ tre punti in \mathbb{P}^2 . Decidere se stanno su una retta o meno.
(ii) Siano $P = (1 : 1 : -1)$ e $Q = (1 : 1 : 0)$ due punti in \mathbb{P}^2 . Determinare la retta per P e Q .
(iii) Siano $2x_0 - x_1 + 2x_2 = 0$, $-x_0 + 2x_1 - x_2 = 0$ e $x_1 = 0$ tre rette in \mathbb{P}^2 . Decidere se passano per uno stesso punto.
(iv) Determinare l'intersezione delle rette $x_0 - x_1 + x_2 = 0$ e $-2x_0 + x_1 + x_2 = 0$ in \mathbb{P}^2 .
2. Sia r la retta passante per $P = (1 : 0 : -1)$ e $Q = (2 : 1 : 0)$.
(i) Far vedere che $R = (-1 : -1 : -1)$ sta su r .
(ii) Determinare $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ tali che $R = \lambda P + \mu Q$.
(iii) Determinare $\lambda', \mu' \in \mathbb{R}$ tali che $Q = \lambda' P + \mu' R$.
3. Sia l la retta passante per i punti $(0 : 1 : -1)$ e $(2 : 1 : 0)$ e sia m la retta passante per i punti $(0 : 0 : 1)$ e $(2 : 1 : 1)$.
(i) Determinare se $P = (1 : 8 : 0)$ appartiene ad l o ad m .
(ii) Determinare tre punti su l e tre punti su m .
(iii) Determinare $l \cap m$.
4. Sia l la retta di equazione $x_0 + x_1 - 2x_2 = 0$ in \mathbb{P}^2 . Trovare tre punti P, Q e R su l e determinare $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ tali che $R = \lambda P + \mu Q$.
5. Siano l e l' due rette proiettive di equazioni $x_0 + x_1 + x_2 = 0$ e $2x_0 - x_1 - x_2 = 0$. Trovare il punto di intersezione $P = l \cap l' \in \mathbb{P}^2$. Trovare altre due rette della stella di rette passanti per P .
6. Siano $P = (2 : -1 : 0)$ e $Q = (1 : 3 : 0)$ due punti in \mathbb{P}^2 e sia m la retta di equazione $x_1 - 3x_2 = 0$. Trovare il punto di intersezione fra m e la retta PQ (cioè, la retta che passa per P e Q).
7. Sia r la retta passante per $P = (1 : 3 : -1)$ e $Q = (1 : 1 : 0)$. Sia m la retta di equazione $x_0 - x_1 + 2x_2 = 0$.
(i) Determinare se $R = (1 : 3 : -2)$ appartiene ad m .
(ii) Calcolare $r \cap m$.
(iii) Determinare un punto S su m e la retta per R e S .
8. Siano l e m due rette proiettive di equazioni $x_0 + x_1 - 4x_2 = 0$ e $x_0 + x_1 - 2x_2 = 0$. Trovare il punto di intersezione $P = l \cap m \in \mathbb{P}^2$. Trovare altre due rette della stella di rette passanti per P .
9. Siano $P = (2 : 1 : 1)$ e $Q = (3 : 3 : 1)$ due punti in \mathbb{P}^2 e sia m la retta di equazione $x_0 + x_1 - 3x_2 = 0$. Trovare il punto di intersezione fra m e la retta PQ (cioè, la retta che passa per P e Q).
10. Sia l la retta di equazione $x_0 + 2x_1 = 0$ in \mathbb{P}^2 . Trovare tre punti P, Q e R su l e determinare $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ tali che $R = \lambda P + \mu Q$.
11. Siano $r : 2x_0 + 2x_2 = 0$, $s : 2x_1 - x_2 = 0$ e $l : x_1 = 0$ tre rette in \mathbb{P}^2 .
(i) Calcolare $P = r \cap s$;
(ii) Calcolare $Q = r \cap l$;
(iii) Calcolare la retta per P e Q .