1. Determinare tutti i punti dove le seguenti funzioni soddisfano le condizioni di Cauchy-Riemann:

$$f(z) = \bar{z}^2, \quad f(z) = x, \quad f(x,y) = x^2 - y^2 + i2xy, \quad f(x,y) = (x^2y - y^2x) + i2xy.$$

2. Siano $f, g\colon \mathbf{C} \to \mathbf{C}$ funzioni olomorfe. Dimostrare che $g \circ f$ è olomorfa con derivata complessa $(g \circ f)'(z) = g'(f(z))f'(z)$.

3. Sia $f(z) = u(z) + iv(z)$ una funzione differenziabile in senso complesso con u e v di classe almeno C^2. Dimostrare che u e v sono armoniche, cioè soddisfano $u_{xx} + u_{yy} = v_{xx} + v_{yy} = 0$.

4. Verificare le identità
$$\overline{e^z} = e^{\bar{z}}, \quad e^{-z} = \frac{1}{e^z}, \quad e^{iz} = \cos z + i \sin z.$$

5. Determinare gli zeri di $\sin z$ e calcolare $|\sin z|^2$.

6. (i) Dimostrare che vale l'uguaglianza fra insiemi $\log(zw) = \log z + \log w$;
   (ii) Dimostrare che vale l'uguaglianza fra numeri complessi $\log(zw) = \log z + \log w$, se z e w soddisfano la condizione $-\pi < \arg(z) + \arg(w) < \pi$.
   (iii) Dare un esempio di z e w per cui $\log(zw) \neq \log z + \log w$.

7. Costruire una determinazione continua del logaritmo su $\mathbf{C} \setminus \{x \mid x \leq 0\}$

8. Calcolare $\log(2)$, $\cosh(\log(2))$ e $\log(\log(i))$.

9. Calcolare i^{i^i} e verificare che non è uguale a $i^{i \cdot i} = i^{-1}$!

10. Scrivere i primi 5 termini della serie di potenze $\sum_{n\geq 1} \frac{z^{n!}}{n}$. Dare una formula per i coefficienti della serie. Calcolarne il raggio di convergenza.

11. Scrivere i primi 5 termini della serie di potenze $\sum_{n\geq 0} n! z^{n!}$. Dare una formula per i coefficienti della serie. Calcolarne il raggio di convergenza.