

1. Calcolare

$$\int_{\gamma} (\bar{z} + z^2 \bar{z}) dz,$$

dove $\gamma = \{re^{i\theta}, \theta \in [0, 2\pi]\}$ è la circonferenza di centro 0 e raggio $r > 0$, percorsa una volta, in senso antiorario.

2. Calcolare

$$\int_{\gamma} (5z^4 - z^3 + 2) dz, \quad \int_{\gamma} \cos z dz, \quad \int_{\gamma} e^{3z} dz$$

dove $\gamma = \{e^{i\theta}, \theta \in [0, 2\pi]\}$, la circonferenza di centro 0 e raggio 1, oppure γ è il quadrato di vertici 0, 1, $1+i$, i , oppure γ è il segmento di estremi 0, $1+i$.

3. Calcolare

$$\int_{\gamma} z^n dz, \quad n \in \mathbf{Z}$$

dove $\gamma = \{2e^{-i\theta}, \theta \in [0, \pi]\}$.

4. Calcolare

$$\int_{\gamma} \frac{1}{z} dz,$$

dove γ varia fra le seguenti curve:

- (a) $\gamma = \{e^{i\theta}, \theta \in [0, 2\pi]\}$;
- (b) $\gamma = \{e^{i\theta}, \theta \in [0, 4\pi]\}$;
- (c) $\gamma = \{e^{-i\theta}, \theta \in [0, 2\pi]\}$;
- (d) $\gamma = \{3 + e^{i\theta}, \theta \in [0, 2\pi]\}$;
- (e) $\gamma = \{(1+i) + e^{i\theta}, \theta \in [0, 2\pi]\}$.

5. Sia $f: D \rightarrow \mathbf{C}$ una funzione olomorfa su un aperto D del piano complesso e sia $\gamma: [a, b] \rightarrow D$ una curva a supporto in D . Verificare che vale

$$\left| \int_{\gamma} f(z) dz \right| \leq \max_{\gamma} |f(\gamma(t))| L(\gamma),$$

dove $L(\gamma)$ indica la lunghezza di γ . Che cosa significa

$$\int_{\gamma} |f(z)| dz \quad ?$$

6. Dimostrare (a libro chiuso) l'enunciato (VI.11) a pag. 67 del libro di Sarason.