1. Sia dato l'ellissoide $\mathcal{E}$ di equazione $x_1^2 + \frac{x_2^2}{4} + \frac{x_3^2}{9} = 1$.
   (a) Disegnare $\mathcal{E}$.
   (b) Determinate se i punti $\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$ appartengono ad $\mathcal{E}$.
   (c) Determinare tre punti P, Q, R su $\mathcal{E}$.
   (d) Dare una parametrizzazione di $\mathcal{E}$.
   (e) Dire a quali valori dei parametri corrispondono P, Q, R.
   (f) Dare una parametrizzazione della porzione di $\mathcal{E}$ compresa nell'ottante positivo $x_i > 0, \;\; i = 1, 2, 3$.
2. Disegnare la quadrica $x^2 + 2y^2 - z^2 = 4$. (Sugg.: tagliarla con piani orizzontali). Dire se è una superficie di rotazione.
3. Disegnare la quadrica $x^2 + y^2 - 2z^2 = 4$. (Sugg.: tagliarla con piani orizzontali).
   (a) Verificare che è una superficie di rotazione, specificando curva e asse di rotazione.
   (b) Darne una parametrizzazione.
   (c) Dare una parametrizzazione della porzione di superficie compresa fra i piani orizzontali $z = 1$ e $z = -1$.
4. Sia data la superficie $S(u, v) = \begin{pmatrix}u\\u+v\\u^2+uv\end{pmatrix}$ e sia $P = \begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}$.
   (a) Determinare i punti regolari di S.
   (b) Verificare che P è un punto regolare di S e determinare il piano tangente ad S in P.
   (c) Determinare le linee coordinate su S, passanti per P.
   (d) Determinare altre due curve su S, passanti per P.
   (e) Determinare la prima forma fondamentale di S.
   (f) Determinare se le linee coordinate su S passanti per P sono ortogonali fra loro (in P).
   (g) Determinare se le curve del punto (d) sono ortogonali fra loro (in P).
5. Sia data la curva $\gamma(t) = \begin{pmatrix}0\\4+\cos t\\\sin t\end{pmatrix}$, $t \in [0, 2\pi]$, sul piano (x_2, x_3).
   (a) Disegnare γ.
   (b) Determinare una parametrizzazione della superficie di rotazione S ottenuta ruotando γ all'asse x_3.
   (c) Disegnare S.
   (d) Determinare tutti i punti di S il cui piano tangente è un piano verticale.
   (e) Determinare l'area della parte della superficie S compresa tra i piani orizzontali $x_3 = -\frac{1}{2}$ e $x_3 = \frac{1}{2}$.
6. Sia dato il cilindro $S: \;\; x_1^2 + x_2^2 = 4$.
   (a) Determinare una parametrizzazione di S come superficie di rotazione.
   (b) Determinare il piano tangente ed il versore normale ad S in un punto arbitrario di S.
   (c) Parametrizzare la parte di S compresa fra i due piani orizzontali $x_3 = 1$ e $x_3 = 3$ e calcolarne l'area.
   (d) Parametrizzare la parte di S compresa nel primo ottante e fra i due piani orizzontali $x_3 = -1$ e $x_3 = 3$. Calcolarne l'area.
7. Sia dato il piano in $\mathbf{R}^3$ di equazione $x_1 + x_2 - x_3 = 1$.
   (a) Scriverlo in forma parametrica.
   (b) Determinare la prima forma fondamentale.
   (c) Parametrizzarlo in modo che la prima forma fondamentale risulti identicamente $\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.
8. Verificare che la prima forma fondamentale di una superficie parametrizzata regolare S non cambia applicando ad S un movimento rigido dello spazio (ossia la composizione di una traslazione con una rotazione).

9. Leggere gli esempi svolti delle dispense seguendo i calcoli nelle parti relative al programma fin qui svolto. Imparare equazioni cartesiane e parametriche delle superfici più comuni: piani, sfere, ellissoidi, paraboloidi, selle, iperboloidi a una e a due falde, cilindri, coni.