1. Sia $f(z) = z^5 - 3iz + 62$ e sia C una circonferenza (percorsa una volta in senso antiorario) che racchiude tutti gli zeri di f. Calcolare
$$\int_C \frac{f'(z)}{f(z)} dz.$$

2. Sia $f(z) = \frac{(z^2+1)^2}{(z^2+2z+2)^3}$ e sia $C = \{|z| = 4\}$ (percorsa una volta in senso antiorario). Calcolare
$$\frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f'(z)}{f(z)} dz.$$

3. Siano f, g funzioni olomorfe sul disco unità e continue sulla circonferenza unitaria γ (percorsa una volta in senso antiorario). Supponiamo che f si annulli nei punti $P_1, \ldots, P_k$ dentro il disco e che sia diversa da zero su γ. Calcolare
$$\frac{1}{2\pi i} \int_\gamma g(z) \frac{f'(z)}{f(z)} dz.$$

4. Sia $f(z) = z^4 - 2z^3 + z^2 - 12z + 20$. Calcolare
$$\frac{1}{2\pi i} \int_\gamma z \frac{f'(z)}{f(z)} dz, \qquad \gamma = \{z = 5e^{i\theta},\ \theta \in [0, 2\pi]\}.$$

5. Far vedere che tutte le radici di $z^7 - 5z^3 + 12 = 0$ si trovano nell'anello $A = \{z \in \mathbf{C} \mid 1 < |z| < 2\}$.

6. Sia $p(z) = z^5 + z^3 + 5z^2 + 2$. Quante radici ha p nell'anello $A = \{z \in \mathbf{C} \mid 1 < |z| < 2\}$?

7. Far vedere che l'equazione $az^n = e^z$ ha n soluzioni nel disco unità, per ogni $a > e$.

8. Far vedere che l'equazione $ze^z = a$ ha infinite soluzioni, per ogni $a \in \mathbf{R},\ a \neq 0$.

9. Far vedere che l'equazione $z \tan z = a$ ha infinite soluzioni reali e nessuna soluzione immaginaria, per ogni $a > 0$.

10. Sia $f(z) = z^2 e^z - 2$. Quanti zeri ha f nel disco $\Delta(0, 2)$?