

1. Sia X uno spazio e sia $x_0 \in X$. Dimostrare che $H_n(X, x_0) \cong \tilde{H}_n(X)$, per ogni n (vedi anche Hatcher, Esempi 2.18, pag.118).
2. (vedi Hatcher, pag.125, in alto). Siano X uno spazio ed $A \subset X$ un sottospazio. Sia CA il cono su A , ossia il quoziente $(A \times [0, 1]) / (A \times \{0\})$. Infine, sia $X \cup CA$ lo spazio ottenuto incollando $A \times \{0\} \subset CA$ ad X lungo A . Verificare che $H_n(X, A) \cong \tilde{H}_n(X \cup CA)$, per ogni n . Osservare che la Proposizione 2.22, pag. 124, **non** vale per coppie arbitrarie (X, A) .
3. (vedi Hatcher, Esempio 2.23, parte 2, pag.125). Considerare la Delta-struttura della sfera S^n data da due n -simplessi Δ_1^n e Δ_2^n , incollati lungo il bordo rispettando l'ordinamento dei vertici. Verificare che la differenza $\Delta_1^n - \Delta_2^n$, vista come n -catena singolare, è un generatore di $H_n(S^n)$.
4. (Hatcher, Esercizio 14, parte 1, pag. 132). Determinare se esiste una successione esatta corta

$$0 \longrightarrow \mathbf{Z}_4 \longrightarrow \mathbf{Z}_8 \times \mathbf{Z}_2 \longrightarrow \mathbf{Z}_4 \longrightarrow 0.$$

5. Hatcher, Esercizio 17, pag. 132
6. Calcolare l'omologia cellulare delle superfici compatte (vedi Hatcher, Esempio 2.36 ed Esempio 2.37, pag. 141).
7. Calcolare la caratteristica di Eulero delle superfici compatte. Usare il risultato ottenuto per riformulare il teorema di classificazione delle superfici compatte.