

---

*COGNOME* .....*NOME* .....

Inserire le risposte negli spazi predisposti. Spiegare in modo chiaro e sintetico quali principi sono stati usati nell'ottenere le risposte.

---

1. Calcolare il gruppo fondamentale dello spazio  $X = \mathbf{R}^4 \setminus H$ , dove  $H$  è un sottospazio di  $\mathbf{R}^4$  di codimensione 2.

2. Sia  $S^1 = \{z = e^{2\pi is}, s \in [0, 1]\}$ . Sia  $p: S^1 \rightarrow S^1$  l'applicazione data da  $z \mapsto z^2$ . Verificare che  $p: S^1 \rightarrow S^1$  definisce un rivestimento: descrivere esplicitamente un ricoprimento "trivializzante"  $\{U_\alpha\}_\alpha$  di  $S^1$  e la controimmagine  $p^{-1}(U_\alpha)$ , al variare di  $\alpha$ . Determinare gli automorfismi di rivestimento.

3. Calcolare l'omologia singolare del toro  $T \cong S^1 \times S^1$ .

4. Calcolare i gruppi di omologia  $H_k(X, A)$ , dove  $X = S^2$  è la sfera di dimensione due ed  $A = \{P, Q\}$ , consiste di due punti distinti  $P, Q \in S^2$ .