

1. Sia $f: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{se } x \text{ è pari;} \\ x - 2, & \text{se } x \text{ è dispari.} \end{cases}$$

- (a) Calcolare $f(10)$, $f(-5)$, $f(0)$;
 - (b) Determinare se f è iniettiva;
 - (c) Determinare se f è suriettiva.
 - (d) Se f è biiettiva, calcolare l'inversa f^{-1} .
2. Dimostrare che $n^3 - n$ è divisibile per 3, per ogni $n \geq 1$.
È vero che $n^4 - n$ è divisibile per 4, per ogni $n \geq 1$?
3. Dimostrare che $2^n > n^2$, per ogni $n \geq 5$.
4. Dimostrare che $n^2 + 5n + 6$ è pari, per ogni $n \geq 1$.
5. Determinare tutti gli $x \in \mathbf{R}$ per cui vale la disuguaglianza $\log x^2 > \log x$.
6. Determinare tutti gli $x \in \mathbf{R}$ per cui vale la disuguaglianza $(2/3)^{|x^2-3x+2|} > (2/3)$.
7. Determinare se gli enunciati qui sotto sono veri o falsi, spiegando bene le risposte.
Sia $R^* := \mathbf{R} \setminus \{0\}$.

$$\forall x \in \mathbf{R}^* \quad \exists y \in \mathbf{R}^* \quad xy = 1;$$

$$\exists y \in \mathbf{R}^* \quad \forall x \in \mathbf{R}^* \quad xy = 1.$$