

1. Decidere se la seguente affermazione è vera o no, dimostrandola oppure trovando un controesempio:

Per ogni $n \in \mathbf{N}$, il numero $n^2 + n + 1$ è dispari.

2. Decidere se la seguente affermazione è vera o no, dimostrandola oppure trovando un controesempio:

Un intero $n \in \mathbf{N}$ è divisibile per 12 se e solo se n^3 è divisibile per 12.

3. Dati $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x < 3\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} \mid x > 3\}$, $C = \{x \in \mathbf{R} \mid x > 0\}$, $D = \{x \in \mathbf{R} \mid x < 0\}$, determinare e descrivere mediante disequazioni gli insiemi

$$A \cup C, \quad A \setminus C, \quad A \cap D, \quad \mathbf{R} \setminus (B \cup C).$$

4. Dati $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x < 3\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} \mid x > 3\}$, $C = \{x \in \mathbf{R} \mid x > 0\}$, $D = \{x \in \mathbf{R} \mid x < 0\}$, descrivere i seguenti insiemi in termini di A , B , C , D :

$$X = \{x \in \mathbf{R} \mid (x - 3)x > 0\}, \quad Y = \{x \in \mathbf{R} \mid \begin{cases} x - 3 < 0 \\ x < 0 \end{cases}\} \quad Z = \{z \in \mathbf{R} \mid \frac{x - 3}{x} < 0\}.$$