1. Nello spazio vettoriale euclideo $\mathbf{R}^3$, munito del prodotto scalare standard, determinare la proiezione ortogonale del vettore $v = (0, 1, 2)$ sul sottospazio W generato dai vettori ortogonali $v_1 = (1, 1, 0)$ e $v_2 = (0, 0, 1)$.

2. Sia $\mathbf{R}^4$ munito del prodotto scalare standard.
   (a) Determinare il complemento ortogonale $U^\perp$ del sottospazio cosi' definito:
   $$U = \{(x_1, x_2, \ldots, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2x_2 - x_4 = x_4 = 0\}.$$
   (b) Verificare esplicitamente che $\mathbf{R}^4 = U \oplus U^\perp$.

3. Nello spazio vettoriale euclideo $\mathbf{R}^3$, munito del prodotto scalare standard, si consideri il vettore $u_0 = (1, 2, -1)$. Sia
   $$T : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$$
   l'applicazione cosi' definita:
   $$T(v) := v \times u_0, \ \ \forall \ v \in \mathbf{R}^3,$$
   dove il simbolo $\times$ denota il prodotto vettoriale in $\mathbf{R}^3$.
   (a) Verificare che T e' un operatore lineare;
   (b) determinare la matrice A rappresentativa di T rispetto alla base canonica E di $\mathbf{R}^3$;
   (c) calcolare gli autovalori di T ed i relativi autospazi;
   (d) la matrice A risulta diagonalizzabile?

4. Nel piano cartesiano $\mathbf{R}^2$, siano assegnati i punti
   $$p = (1, 2), \ q = (2, -1), \ r = (1, 0).$$
   Dopo aver verificato che i 3 punti formano i vertici di un triangolo T, determinare l'area del triangolo T.

5. Nello spazio cartesiano $\mathbf{R}^3$ siano assegnati i punti:
   $$A_1 = (-1/5, -2/5, 0), \ \ A_2 = (1, -1, 1/2), \ \ A_3 = (-1, 0, 1).$$
   Calcolare il volume del tetraedro di vertici $O = (0, 0, 0), \ A_1, \ A_2, \ A_3$.

6. In $\mathbf{R}^2$, si considerino i vettori $v = (1, 2)$ e $w = (-1, -1)$.
   (a) Calcolare l'orientazione della coppia ordinata $\{v, \ w\}$, i.e. $Or(v, w)$;
   (b) Denotiamo con S_0 la riflessione rispetto all'asse x_1. Calcolare $Or(S_0(v), S_0(w))$;