1. Nello spazio vettoriale euclideo $\mathbf{R}^2$, munito del prodotto scalare standard, si consideri il vettore $u = (-1, 1)$. Determinare tutti i vettori x che sono ortogonali ad u e che hanno norma uguale a 2.

2. Nello spazio vettoriale euclideo $\mathbf{R}^3$, munito del prodotto scalare standard, siano dati i vettori:

$$v_1 = (1, 2, -1), \ v_2 = (1, 0, 1), \ v_3 = (1, 2, 0).$$

   (a) determinare $||v_1||$, $||v_2||$, il prodotto scalare $v_1 \cdot v_2$ e l'angolo formato da v_2 e v_3;
   (b) determinare il versore di v_1;
   (c) determinare tutti i vettori ortogonali a v_1 e v_2 e tutti i vettori ortogonali a v_3.

3. Nello spazio vettoriale euclideo $\mathbf{R}^3$, munito del prodotto scalare standard, determinare il vettore proiezione ortogonale del vettore $v_1 = (1, 1, 0)$ sul vettore $v_2 = (1, 0, 1)$.

4. Determinare una base ortonormale di $\mathbf{R}^3$, rispetto al prodotto scalare standard, costruita a partire dalla base $B := \{v_1, v_2, v_3\}$, dove $v_1 = (1, 0, 1)$, $v_2 = (0, 1, 1)$, $v_3 = (0, 1, -1)$.

5. Sia $\mathbf{R}^3$ munito di prodotto scalare standard. Determinare una base ortonormale del sottospazio W di $\mathbf{R}^3$ generato dai vettori $w_1 = (1, 1, 1)$ e $w_2 = (0, 1, 1)$.

6. Sia $\mathbf{R}^5$ munito di prodotto scalare standard. Determinare una base ortonormale del sottospazio U di $\mathbf{R}^5$ cosi' definito:

$$U = \{(x_1, x_2, \ldots, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1 + x_2 + 2x_3 = x_1 + 2x_3 - x_4 - x_5 = x_2 + x_4 = 0\}.$$