

1. Determinare quali dei seguenti insiemi di vettori in $\mathbf{R}^2$ sono linearmente indipendenti:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \right\};$$

in ognuno dei casi disegnare il sottoinsieme di $\mathbf{R}^2$ da essi generato e dire di che luogo geometrico si tratta.

2. Siano $A = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ e $B = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$. Determinare se $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \in A$, se $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \in B$, se $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \in A$, se $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \in B$.

3. Determinare quali dei seguenti insiemi di vettori in $\mathbf{R}^3$ sono linearmente indipendenti:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\};$$

in ognuno dei casi disegnare approssimativamente il sottoinsieme di $\mathbf{R}^3$ da essi generato e dire di che luogo geometrico si tratta.

4. Siano $A = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ e $B = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$. Determinare se $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \in A$, se $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \in B$, se $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \in A$, se $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \in B$.

5. Costruire insiemi di 1, 2, 3, 4 vettori linearmente dipendenti in $\mathbf{R}^2$;
Costruire insiemi di 1, 2, 3, 4, 5 vettori linearmente dipendenti in $\mathbf{R}^3$.