

1. Sia $X_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Determinare $A = \{X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2 \mid X \cdot X_0 = 0\}$.
2. Sia $X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Determinare $B = \{X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^3 \mid X \cdot X_0 = 0\}$.
3. Sia $X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Determinare $C = \{X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2 \mid \|X - X_0\| = 2\}$.
4. Sia $X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Determinare $D = \{X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^3 \mid \|X - X_0\| = 2\}$.
5. Siano $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$. Calcolare

$$\|A\|, \|B\|, A \cdot B, (A + B) \cdot C.$$

6. Siano $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$. Calcolare

$$\|B\|, \|A - B\|, A \cdot B, (A + C) \cdot B.$$

7. Siano A, B, C tre vettori di $\mathbf{R}^n$.
 - (a) È vero che $A \cdot B = A \cdot C$ implica $B = C$? Dimostrarlo o esibire un controesempio.
 - (b) È vero che $A \cdot B = 0$ implica $A = O$? Dimostrarlo o esibire un controesempio.
 - (c) È vero che $A \cdot B = 0$, per ogni B , implica $A = O$? Dimostrarlo o esibire un controesempio.

8. Dati $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, determinare $C \neq O$, tale che $A \cdot C = B \cdot C = 0$.

9. Dato $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, determinare $B \neq O$, tale che $A \cdot B = 0$ e $\|B\| = \|A\|$.