

1. Determinare quali delle seguenti matrici hanno determinante non nullo. In tal caso, determinarne l'inversa (usando le formule).

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 7 & b \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2a & c \\ c & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ a & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 6 & 0 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ b & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 2 & b & 0 \\ 1 & 1 & c \end{pmatrix}.$$

2. Usando il Teorema di Laplace, calcolare il determinante delle seguenti matrici

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Sia M una matrice quadrata a coefficienti reali tale che ${}^t M \cdot M = I_n$.
 (i) Determinare M^{-1} .
 (i) Che valori può assumere $\det(M)$?
4. Siano M ed N matrici quadrate. Supponiamo che $\det(M) = 2$ e $\det(N) = 3$.
 (i) Calcolare $\det(M^2 \cdot N^{-1})$;
 (ii) Calcolare $\det({}^t M^3 \cdot N^{-2} \cdot M^{-1})$.
 (iii) Verificare che la matrice ${}^t M^{-1} \cdot {}^t N^{-1}$ è invertibile e che la sua inversa è data da ${}^t N \cdot {}^t M$.
 (iv) Verificare che le matrici M ed $N \cdot M \cdot N^{-1}$ hanno determinante uguale.
5. Siano dati i numeri complessi $z = 3+2i$ e $w = 1-i$. Determinare parte reale, parte immaginaria e modulo dei seguenti numeri complessi

$$z + 2w, \quad z^{-1}, \quad zw, \quad 2z - (3w)^{-1}, \quad (zw)^{-1}, \quad z^3.$$

6. Siano dati i numeri complessi $z = \cos \theta + i \sin \theta$ e $w = 3(\cos \varphi + i \sin \varphi)$. Calcolare modulo e argomento dei numeri complessi

$$\bar{z}, \quad z^{-1}, \quad 2w, \quad zw, \quad z^2, \quad w^3.$$