1. Delle seguenti matrici determinare gli autovalori in $\mathbf{R}$ e le loro molteplicità algebrica e geometrica. Determinare se sono diagonalizzabili o meno.

$$\text{(a)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{(b)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \qquad \text{(c)} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \qquad \text{(d)} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

2. Delle seguenti matrici determinare gli autovalori in $\mathbf{R}$ e le loro molteplicità algebrica e geometrica. Determinare se sono diagonalizzabili o meno.

$$\text{(a)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{(b)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{(c)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{(d)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Calcolare il polinomio caratteristico della matrice

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}.$$

4. Determinare il polinomio caratteristico della tavola pitagorica

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & 12 & 14 & 16 & 18 & 20 \\ 3 & 6 & 8 & 12 & 15 & 18 & 21 & 24 & 27 & 30 \\ 4 & 8 & 12 & 16 & 20 & 24 & 28 & 32 & 36 & 40 \\ 5 & 10 & 15 & 20 & 25 & 30 & 35 & 40 & 45 & 50 \\ 6 & 12 & 18 & 24 & 30 & 36 & 42 & 48 & 54 & 60 \\ 7 & 14 & 21 & 28 & 35 & 42 & 49 & 56 & 63 & 70 \\ 8 & 16 & 24 & 32 & 40 & 48 & 56 & 64 & 72 & 80 \\ 9 & 18 & 27 & 36 & 45 & 54 & 63 & 72 & 81 & 90 \\ 10 & 20 & 30 & 40 & 50 & 60 & 70 & 80 & 90 & 100 \end{pmatrix}.$$

5. Sia $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^3$ e sia $R_{\theta,\mathbf{v}} : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}^3$ la rotazione di un angolo $\theta = \pi/4$ intorno al vettore $\mathbf{v}$. Calcolare la matrice rappresentativa di $R_{\theta,\mathbf{v}}$.

6. Sia $\pi \subset \mathbf{R}^3$ il piano di equazione $x - y - z = 0$. Sia $f : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}^3$ la riflessione rispetto al piano π. Determinare le formule di f.

7. Sia $\pi \subset \mathbf{R}^3$ un piano passante per l'origine. Sia $f : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}^3$ la riflessione rispetto al piano π. Calcolare la traccia di f.

8. Sia $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$ un vettore e sia $R_{\theta,\mathbf{v}} : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}^3$ la rotazione di un angolo θ intorno al vettore $\mathbf{v}$. Calcolare la traccia di $R_{\theta,\mathbf{v}}$.