1. Sia $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
   (a) Mostrare che A è una matrice ortogonale.
   (b) Sia $L_A \colon \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$, data da $X \mapsto AX$. Determinare che cosa fa geometricamente L_A.

2. Determinare l'intersezione delle circonferenze $(x-2)^2+y^2 = 4$ e $(x-2)^2+(y-1)^2 = 1$.

3. Determinare le rette tangenti alla circonferenza di equazione $(x-2)^2+y^2 = 4$, uscenti dal punto $P = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$.

4. Sia S la sfera in $\mathbf{R}^3$ di equazione $(x-2)^2+y^2+(z-1)^2 = 4$ e sia π il piano di equazione $x-y+z=0$. Determinare il raggio della circonferenza data dall'intersezione $S \cap \pi$.

5. Sia M una matrice reale antisimmetrica e sia λ un autovalore di M. Mostrare che se λ non è reale, allora è puramente immaginario.

6. Sia $F \colon \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare data da $F\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$.
   a) Determinare se F è o meno diagonalizzabile.
   b) Determinare un insieme massimale di autovettori linearmente indipendenti di F.

7. Sia data la conica $\mathcal{C}: \ 2XY-3X+Y-1=0$ in $\mathbf{R}^2$. Determinare una forma canonica metrica di $\mathcal{C}$ e dire di che conica si tratta.

8. Disegnare la conica $\mathcal{C}$ in $\mathbf{R}^2$ di equazione $X^2-4XY-2Y^2-1=0$.

9. Determinare una forma canonica metrica della conica $x^2+4xy-2y^2-4x-4y+2=0$ e dire di che conica si tratta.

10. Determinare una forma canonica metrica della conica $x^2+y+3x+2=0$ e dire di che conica si tratta.

11. Disegnare le seguenti coniche:
    (a) $XY-2X=0$;
    (b) $X^2+XY+Y^2+X+Y+1=0$;
    (c) $X^2+2XY+Y^2-2X+2Y+1=0$;
    (d) $3X^2-8XY-3Y^2+10=0$;
    (e) $2X^2-3XY-2Y^2-X+2Y=0$;
    (f) $5X^2+4XY+2Y^2-4X-4Y+2=0$.

12. Dire di che tipo di quadrica in $\mathbf{R}^3$ si tratta:
   (a) $X^2 + Y + Z = 0$;
   (b) $X^2 + Y + Z = 1$;
   (c) $X^2 + Y^2 + Z = 0$;
   (d) $X^2 + Y^2 + Z^2 - X - Y - Z = 0$;
   (e) $X^2 + XY - Y^2 - X - 2Y = 0$;
   (f) $XY + YZ + ZX = 1$;
   (g) $XY + YZ + ZX = 0$;
   (h) $XY + YZ + ZX = -1$.

13. Siano dati i punti $(t, s) \in \mathbf{R}^2$:

$$(0, -2), \quad (1, -1), \quad (2, -1), \quad (3, 0), \quad (4, 1), \quad (5, 1).$$

Col metodo dei minimi quadrati, determinare una retta che passa più vicina a tali punti.