1. Enunciare il teorema di Lagrange per il gruppo additivo $\mathbf{Z}_7$. Verificarlo per tutte le classi $\bar{x} \in \mathbf{Z}_7$.

2. Sia p un numero primo. Verificare che la cardinalità di $\mathbf{Z}_{p^k}^*$ è uguale a $p^k - p^{k-1}$.

3. Sia $n = 16$.
   (a) Fare la lista delle classi resto di $\mathbf{Z}_{16}^*$ e per ognuna di esse indicare l'inverso moltiplicativo.
   (b) Enunciare il teorema di Lagrange per il gruppo moltiplicativo $\mathbf{Z}_{16}^*$. Verificarlo per tutte le classi $\bar{x} \in \mathbf{Z}_{16}^*$.

4. Enunciare il Piccolo Teorema di Fermat per $p = 101$. Verificarlo per le classi $\bar{x} = \bar{2}, \bar{3}, \bar{5} \in \mathbf{Z}_{101}^*$.

5. Sia $n = 91$. Usare il Piccolo Teorema di Fermat per verificare che n non è primo.

6. Sia $n = 2465 = 5 \cdot 17 \cdot 29$.
   (a) Verificare che $mcd(x, 2465) = 1$ se e solo se $mcd(x, 5) = mcd(x, 17) = mcd(x, 29) = 1$.
   (b) Verificare che $\bar{x}^{2464} \equiv 1 \bmod 2465$, per ogni $x \in \mathbf{Z}$ che soddisfa $mcd(x, 2465) = 1$.

7. Sia p un numero primo.
   (a) Verificare che ci sono precisamente due classi resto in $\mathbf{Z}_p$ che soddisfano l'equazione $\bar{x}^2 \equiv \bar{1}$, che sono $\bar{x} = \bar{1}$ e $\bar{x} = \overline{-1} = \overline{p-1}$.
   (b) Sia $p = 11$. Determinare le soluzioni dell'equazione $\bar{x}^2 \equiv \bar{1}$ in $\mathbf{Z}_{11}$.
   (c) Esistono soluzioni dell'equazione $\bar{x}^2 \equiv \bar{5}$ in $\mathbf{Z}_{11}$? Determinarle tutte.
   (d) Esistono soluzioni dell'equazione $\bar{x}^2 \equiv \bar{6}$ in $\mathbf{Z}_{11}$? Spiegare.

8. Il signor Rossi ha un kit RSA per i con chiavi pubbliche $N = 17 \cdot 19$ ed $E = 13$ e chiave segreta $D = 111$. Può funzionare?

9. Preparare un kit RSA per il signor Rossi, con chiavi pubbliche $N = 17 \cdot 19$ ed $E = 7$ e chiave segreta D.
   (a) Determinare D.
   (b) Spedire al Signor Rossi il messaggio $m = 11$, dopo averlo criptato. Cosa riceverà il Signor Rossi?

10. Il signor Rossi ha un kit RSA con chiavi pubbliche $N = 143$ ed $E = 7$ e chiave segreta $D = 103$.
    (a) Riceve il messaggio criptato $MC = 109$. Che messaggio gli hanno spedito?
    (b) Spedire al Signor Rossi il messaggio $m = 11$, dopo averlo criptato. Cosa riceverà il Signor Rossi?