

**Esercizio 1.** Determinare se esiste una biezione tra  $\mathbb{Z}$  e  $\{z \in \mathbb{Z} \mid z \text{ è dispari}\}$  e, in caso affermativo, scriverla.

**Esercizio 2.** Siano  $A$  e  $B$  due insiemi finiti (di cardinalità  $n$ ) ed equipotenti. Costruire una biezione tra  $\mathcal{S}(\underline{n})$  e  $\mathcal{S}(A, B) = \{\text{Biezioni tra } A \text{ e } B\}$ . Qual è la cardinalità di  $\mathcal{S}(A, B)$ ?

**Esercizio 3.** Dimostrare che  $\mathbb{N}$  è infinito i.e. che, per ogni  $\underline{n}$  non esiste una biezione tra  $\underline{n}$  ed  $\mathbb{N}$ .

**Esercizio 4\*.** Dimostrare che  $(-1, 1)$  ed  $\mathbb{R}$  sono equipotenti.

**Esercizio 5\*.** Dimostrare che  $\mathbb{R}$  ed  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  sono equipotenti.

**Esercizio 6.** Sappiamo che, per ogni coppia di numeri *interi*  $(a, b)$  con  $b \neq 0$ , esistono unici  $q$  ed  $r$  tali che  $a = bq + r$  e  $0 \leq r < |b|$ .

- (a) Esegui la divisione con resto per le coppie  $(-53, -6)$ ,  $(-53, 6)$  e  $(53, -6)$ .
- (b) Cosa cambia se richiedo soltanto  $0 \leq |r| < |b|$ ?

**Esercizio 7.** Siano date le seguenti coppie di numeri  $a$  e  $b$  :

- (a)  $a = 30$  e  $b = 11$ .
- (b)  $a = 220$  e  $b = 121$ .
- (c)  $a = 69$  e  $b = 372$ .
- (d)  $a = 792$  e  $b = 275$ .

Utilizzare l'algoritmo di Euclide per calcolare il M.C.D.  $(a, b)$ , scrivere l'identità di Bézout corrispondente e calcolare il m.c.m.  $[a, b]$  per ogni coppia  $a, b$ .