

MATEMATICA DISCRETA

CdL in Informatica

Università di Roma Tor Vergata

A.A. 2017/2018

Tutorato 8 Novembre

Esercizio 1. Dimostrare che $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ è un multiplo di 7 per ogni $n \in \mathbb{N}$.

Esercizio 2. Dimostrare che per ogni $n \geq 4$, $n \in \mathbb{N}$ vale la disuguaglianza:

$$3^n - 5n > 2^n + 4n$$

Esercizio 3. Dimostrare che per ogni $n \in \mathbb{N}_+$ vale l'identità:

$$\sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2$$

Esercizio 4. Dimostrare le seguenti proprietà del *coefficiente binomiale*:

a)

$$\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}$$

b)

$$\binom{n+k}{2} = \binom{n}{2} + \binom{k}{2} + nk$$

Esercizio 5. Dimostrare che $\forall x, y$ tali che $xy = yx$,

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Esercizio 6. a) Scrivere in base $b' := \text{DUE}$ il numero L che in base $b := \text{OTTO}$ è espresso dalla scrittura posizionale $L := (5034)_b$.

b) Scrivere in base $b'' := \text{QUATTRO}$ il numero M che in base $b' := \text{DUE}$ è espresso dalla scrittura posizionale $M := (110001101)_{b'}$.

c) Utilizzando la notazione posizionale in base $\beta := \text{CINQUE}$, calcolare la somma $A + B$ dove A e B sono i due numeri naturali espressi in base β da

$$A := (31042)_\beta \quad \text{e} \quad B := (24304)_\beta$$

Esercizio 7. Trovare, se esiste, una base $b \in \mathbb{N}$ con $b > 5$, tale che $(523)_b = (303)_8$.

Esercizio 8. Usando la scrittura posizionale in base $b = \text{DODICI}$, tramite le dodici cifre (ordinate!) dell'insieme $\{0, 1, 2, 3, \dots, 8, 9, \perp, \wedge\}$, calcolare — senza passare per la scrittura in base dieci — la somma $(70\perp 31\wedge 5)_b + (497\wedge \perp 0\wedge)_b$.