

MATEMATICA DISCRETA
CdL in Informatica
Università di Roma Tor Vergata
A.A. 2017/2018

Tutorato 1 Dicembre

- Esercizio 1.** a) Determinare il resto di 961^{70124} nella divisione per 14.
- b) Calcolare, se esiste, la classe $\overline{23}^{-1}$ inversa di $\overline{23}$ nell'anello unitario \mathbb{Z}_{14} delle classi resto modulo 14; se invece tale classe non esiste, se ne spieghi il motivo.
- c) Nell'anello \mathbb{Z}_{14} delle classi resto modulo 14, determinare il sottoinsieme di tutte le classi invertibili.

Esercizio 2. Si considerino i numeri naturali $M := 750486^{6457}$ e $N := 750483^{6455}$.

- a) Calcolare il resto della divisione di N per 20.
- b) Determinare se esistano nell'anello \mathbb{Z}_{20} degli interi modulo 20 le classi \overline{M}^{-1} e \overline{N}^{-1} inverse della classe $\overline{M} := [M]_{20}$ e della classe $\overline{N} := [N]_{20}$ rispettivamente. In caso negativo, si spieghi perché una tale classe inversa non esista; in caso affermativo, si calcoli esplicitamente la classe inversa in questione.

Esercizio 3. a) Determinare — se esiste — il più piccolo valore di $x \in \mathbb{Z}$ tale che

$$x \equiv 543^{80431} \pmod{20} \quad \text{e} \quad 35 \leq x \leq 78$$

- b) Calcolare tutte le soluzioni dell'equazione modulare $\overline{-317}x = \overline{543^{80431}}$ nell'anello \mathbb{Z}_{20} delle classi resto modulo 20.

Esercizio 4. Determinare il resto di $N := 53407617^{85043175}$ nella divisione per 12.

Esercizio 5. Calcolare le ultime due cifre decimali di $7^{6503219}$.

Esercizio 6. Determinare tutte le soluzioni dei seguenti sistemi di equazioni congruenziali.

a)

$$\begin{cases} 17x \equiv -15 & (\text{mod } 5) \\ -11x \equiv 5 & (\text{mod } 3) \\ 23x \equiv 15 & (\text{mod } 7) \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} -26x \equiv 2 & (\text{mod } 14) \\ 33x \equiv -57 & (\text{mod } 30) \\ 32x \equiv 44 & (\text{mod } 18) \end{cases}$$

c)

$$\begin{cases} 183x \equiv -51 & (\text{mod } 9) \\ 126x \equiv -58 & (\text{mod } 10) \\ -45x \equiv 116 & (\text{mod } 7) \end{cases}$$

Esercizio 7. Determinare tutti i numeri interi $x \in \mathbb{Z}$ per i quali si abbia *simultaneamente*

$$-93 \cdot x \equiv 378 \pmod{15} \quad \text{e} \quad \overline{215} \cdot \overline{x} = \overline{-24} \quad \text{in } \mathbb{Z}_7$$