MATEMATICA DISCRETA

CdL in Informatica

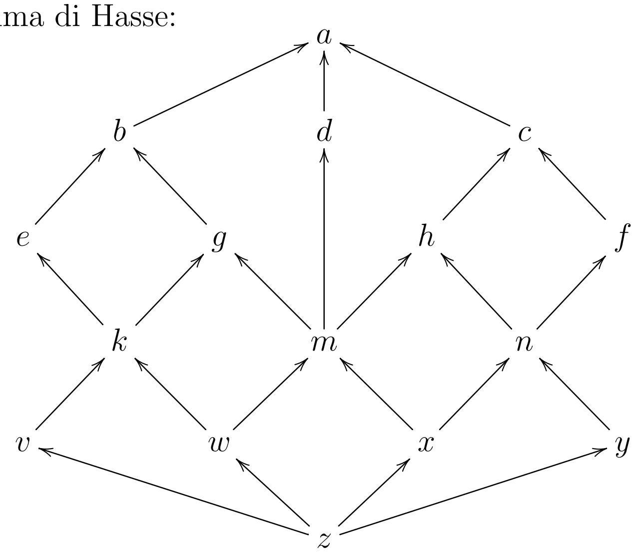
prof. Fabio GAVARINI

a.a. 2017–2018 — Esame scritto del 20 Giugno 2018 — Sessione Estiva, I appello

N.B.: compilare il compito in modo sintetico ma **esauriente**, *spiegando chiaramente quanto si fa, e scrivendo in* corsivo *con grafia leggibile.*

.... ⋆ ....

[1] Si consideri il reticolo $L := \{a\,,b\,,c\,,d\,,e\,,f\,,g\,,h\,,k\,,m\,,n\,,v\,,w\,,x\,,y\,,z\,\}$ descritto dal seguente diagramma di Hasse:



(a) Determinare tutti gli atomi del reticolo $\big(L\,;\,\preceq\,\big)$.

(b) Determinare tutti gli elementi $\vee$–irriducibili del reticolo $\big(L\,;\,\preceq\,\big)$.

(c) Per ciascuno dei due elementi a, c e g in L, determinare se esista una $\vee$–fattorizzazione non ridondante in fattori $\vee$–irriducibili per tale elemento. Nel caso in cui una tale $\vee$–fattorizzazione non esista, se ne spieghi il perché; nel caso in cui ne esista almeno una, si determinino *tutte* (a meno dell'ordine dei fattori) le $\vee$–fattorizzazioni di tal genere.

(d) Trovare un sottoreticolo L' del reticolo $\big(L\,;\,\preceq\,\big)$ tale che L' abbia esattamente sei elementi e sia distributivo.

(e) Stabilire se il reticolo $\big(L\,;\,\preceq\,\big)$ sia un'algebra di Boole oppure no.

(f) Stabilire se il reticolo $\big(L\,;\,\preceq\,\big)$ sia distributivo oppure no.

[2] *(a)* Calcolare il resto nella divisione per 11 dei due numeri

$$A := 1111111^{44444444} \quad , \qquad B := 999999999^{333333333}$$

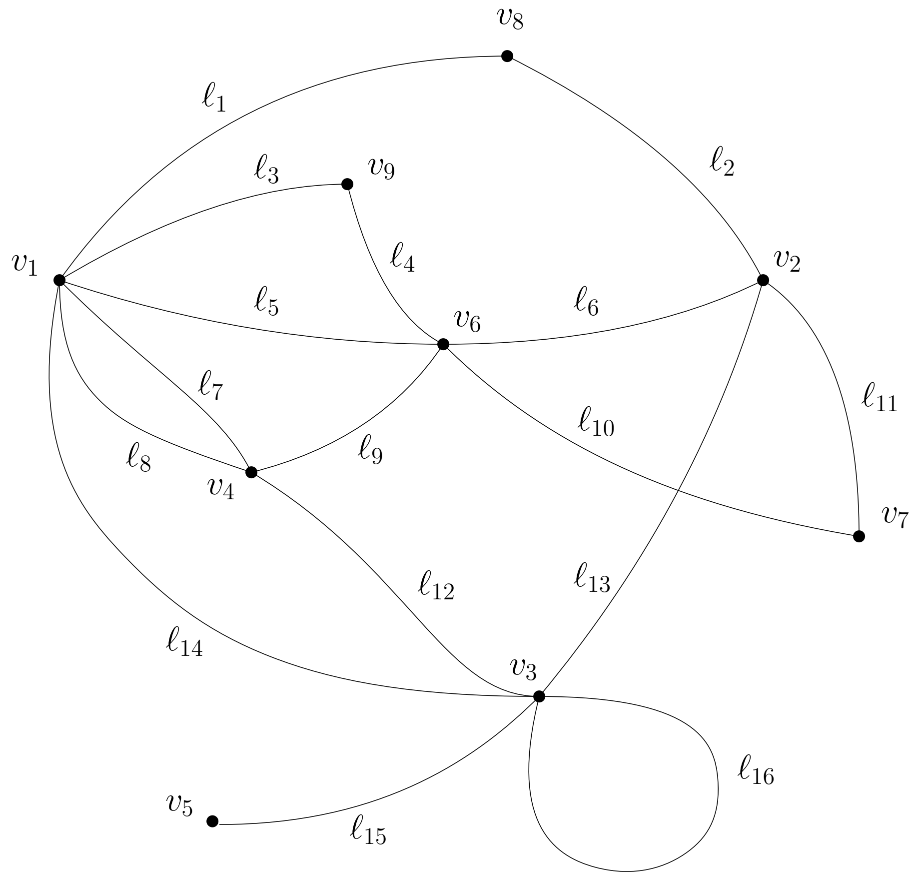
[3] *Utilizzando il Principio di Induzione*, si dimostri che per ogni $n \in \mathbb{N}$ il numero $A_n := n^2 + 3\,n + 2$ è sempre pari.

[4] *(a)* Determinare se esista la classe $\overline{6}^{\,-1}$ inversa di $\overline{6}$ in $\mathbb{Z}_{30}$ e in $\mathbb{Z}_{31}$. In ciascun caso, se la risposta è positiva si calcoli esplicitamente la classe inversa $\overline{6}^{\,-1}$.

(b) Risolvere l'equazione modulare $\overline{96}\,\overline{x} = \overline{21}$ nell'anello $\mathbb{Z}_{30}$.

(c) Risolvere l'equazione modulare $\overline{37}\,\overline{x} = \overline{29}$ nell'anello $\mathbb{Z}_{31}$.

[5] Sia **G** il multigrafo così rappresentato:



(a) Determinare esplicitamente la matrice di adiacenza di **G**.

(b) Determinare se **G** sia euleriano, semieuleriano oppure né l'uno né l'altro: in caso negativo si spieghi il perché, in caso affermativo si spieghi perché esistono cammini euleriani, e se ne determini esplicitamente uno.

(c) Determinare tutte le *foglie* e tutti i *ponti* di **G**.

(d) Esistono *alberi ricoprenti* di **G**? In caso negativo si spieghi il perché, in caso affermativo si determinino esplicitamente (se possibile) tre diversi alberi ricoprenti.

[6] Sia E un insieme, e siano η_1, η_2 due equivalenze in E.

(a) Dimostrare che la relazione $\eta := \eta_1 \cap \eta_2$ in E è una equivalenza.

(b) Descrivere esplicitamente le classi di equivalenza di $\eta := \eta_1 \cap \eta_2$ in funzione delle classi di equivalenza di η_1 e di η_2.