CdL in Informatica — a.a. 2012/2013

MATEMATICA DISCRETA

prof. Fabio GAVARINI

Sessione Autunnale

Esame scritto del 12 Settembre 2013

....

N.B.: compilare il compito in modo <u>*sintetico*</u> *ma* **esauriente**, *spiegando chiaramente quanto si fa, e scrivendo in* corsivo *con grafia leggibile.*

.... ◇ ....

[1] Calcolare — se esistono — tutte le successioni $\underline{a} := \{a_n\}_{n\in\mathbb{N}} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ per le quali si abbia

$$a_0 = 1 \quad , \quad a_2 = -1 \quad , \quad a_3 = -11 \quad , \qquad a_n = 5\,a_{n-1} - 6\,a_{n-2} \qquad \forall\ n \geq 2 \ .$$

Nel caso in cui invece successioni di questo tipo *non* esistano, se ne spieghi il perché.

[2] *(a)* Scrivere in base cinque (=5) il numero N che in base dieci (=10) è espresso da

$$N := [74091]_{10} \ .$$

(b) Scrivere in base dieci (=10) il numero S che in base quattro (=4) è espresso da

$$S := [13102]_4 \ .$$

[3] Determinare tutte le soluzioni del sistema di equazioni congruenziali

$$\begin{cases} 220\,x \equiv -34 \pmod{7} \\ -46\,x \equiv 163 \pmod{5} \end{cases}$$

[4] Si consideri il polinomio booleano — nelle tre variabili x, y e z — dato da

$$f(x,y,z) \ := \ \Big((x' \vee z)' \wedge (y'' \vee z) \Big) \vee \Big((y \vee z' \vee x') \wedge (z \vee x' \vee z) \Big)'$$

(a) Calcolare la *forma normale disgiuntiva* di f (cioè l'unica "somma di prodotti" equivalente ad f e tale che...).

(b) Calcolare una *forma minimale* di f .

(c) Calcolare — magari sfruttando i risultati ottenuti in *(a)* e/o in *(b)*, ma non necessariamente — la *forma normale congiuntiva* di f (cioè l'unico "prodotto di somme" equivalente ad f e tale che...).

(CONTINUA ... ⟹)

[5] Si consideri il multidigrafo (orientato) $\overrightarrow{G}$, avente esattamente sei vertici v_1 , ..., v_6 , la cui matrice di adiacenza — rispetto alla fissata numerazione dei vertici — sia

$$\overrightarrow{A}_{\overrightarrow{G}} := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) Determinare grado entrante, grado uscente e grado totale di ciascun vertice di $\overrightarrow{G}$.

(b) Determinare gli eventuali cappi di $\overrightarrow{G}$ e gli eventuali archi multipli di $\overrightarrow{G}$.

(c) Determinare se $\overrightarrow{G}$ è euleriano: in caso affermativo, si determini esplicitamente un cammino euleriano; in caso negativo, si spieghi se sia possibile invertire l'orientamento di uno o più archi in $\overrightarrow{G}$ in modo che il nuovo multidigrafo così ottenuto sia euleriano.

(d) Determinare il multigrafo (non orientato) G soggiacente — o "associato" — a $\overrightarrow{G}$, scrivendone la matrice di adiacenza, indicata con A_G .

(e) Determinare se il multigrafo G di cui al punto *(d)* sia euleriano oppure no.