

Corso di Laurea in Fisica;

Esame scritto Geometria I modulo

18 Settembre 2003

1) Nello spazio con un riferimento ortogonale e monometrico $RC(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, sia data la sfera

$$\Sigma : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4 = 0;$$

e il fascio di piani $(x - y) + \lambda(x + z) = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Determinare i due piani α e β del fascio, rispettivamente passante per il centro C di Σ e perpendicolare a α . Detti π_1 e π_2 i piani tangenti a Σ nei punti P_1 e P_2 di intersezione di Σ con la retta asse del fascio, verificare che la retta $\pi_1 \cap \pi_2$ e' parallela a β .

2) Nello spazio con un riferimento ortogonale e monometrico $RC(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, si considerino i vettori $\vec{v}_1 = (1, 2, 3)$, $\vec{v}_2 = (-1, 0, 1)$ e $\vec{w}(t) = (2t, t + 1, t)$. Determinare il valore t_1 tale che $\vec{w}(t_1)$ risulti complanare con \vec{v}_1 e \vec{v}_2 ; decomporre infine $\vec{w}(t_1)$ nella somma di due vettori, rispettivamente paralleli a \vec{v}_1 e \vec{v}_2 .

3) Nel piano con un riferimento ortogonale e monometrico $RC(O; \vec{i}; \vec{j})$ si considerino le due rette r' e r'' rispettivamente di equazioni $2y + 1 = 0$ e $x - 2y + 2 = 0$, determinare per quale valore del parametro h la retta t di equazione $(1 - h)x + 2(1 - h)y + h = 0$ appartiene al fascio di rette individuato da r' e r'' . Mostrare che al variare del parametro h la retta t descrive un secondo fascio di rette e dire se tale fascio risulta proprio o improprio. Sia infine t' la retta di tale fascio passante per l'origine, si determini l'area del triangolo avente per vertici i punti $r' \cap r''$, $r' \cap t'$ e $r'' \cap t'$.