

GEOMETRIA 1 per Fisici — a.a. 2001/2002

Prof. Silvana ABEASIS

Sessione estiva, 1^o appello — 10/06/2002

.....

N.B.: compilare il compito in modo sintetico ma esauriente, spiegando chiaramente quanto si fa, e scrivendo in corsivo con grafia leggibile. La mancata osservazione di queste norme potrà costituire motivo di esclusione dalla correzione.

[1] Per ogni $k \in \mathbb{R}$, si consideri la matrice

$$A_\tau := \begin{pmatrix} 1 - k & 0 & -1 \\ 2k - 2 & k - 2 & 3k - 4 \\ 4 - k & 1 + k & 2 - 2k \end{pmatrix}.$$

(a) Usando l'E.G. — precisando i moltiplicatori ed i pivots utilizzati — ridurre a scala la matrice A_k , e determinarne il rango.

(b) Spiegare se le matrici A_1 e A_2 siano invertibili oppure no. In caso negativo spiegare il perché, in caso affermativo calcolarne l'inversa.

[2] Nello spazio euclideo \mathcal{E}^3 dotato di un riferimento cartesiano ortogonale monometrico $RC(O; x, y, z)$, si considerino i punti $P_0 := (2, 0, -1)$, $Q_0 := (-1, 3, 2)$ e i vettori $\mathbf{v}_1 := (2, 2, 1)$, $\mathbf{v}_2 := (4, -2, 1) \in \mathcal{V}_O^3$. Sia σ il piano parallelo a \mathbf{v}_1 e \mathbf{v}_2 e passante per Q_0 ; sia r la retta passante per P_0 e perpendicolare al piano σ .

(a) Determinare il piano π passante per la retta r e per il punto Q_0 .

(b) Calcolare la componente del vettore $\overrightarrow{P_0Q_0}$ secondo la retta r orientata nel verso delle z crescenti.

[3] Nello piano euclideo \mathcal{E}^2 dotato di un riferimento cartesiano ortogonale monometrico $RC(O; x, y)$, per ogni $\lambda \in \mathbb{R}$, sia data la curva \mathcal{C}_λ di equazione cartesiana

$$\mathcal{C}_\lambda : (4 - 3\lambda)x^2 - (2 + 5\lambda)y^2 - 1 = 0.$$

Studiare \mathcal{C}_λ al variare del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$. In particolare, nel caso in cui \mathcal{C}_λ sia una conica se ne determini il tipo e se ne calcolino i vertici.