PROVA SCRITTA DI ALGEBRA I

17 Settembre 2003

1. Dimostrare che un sottogruppo normale H di ordine 2 di un gruppo G è contenuto in $Z(G)$.

2. Sia A un anello, S un insieme e A^S l'anello delle applicazioni da S in A. Fissato $s \in S$, provare che il sottoinsieme di A^S

$$I_s = \{f \in A^S | f(s) = 0\}$$

è un ideale di A^S.

3. Per quali campi $\mathbb{Z}_p$ il polinomio $x^3 + 2x^2 + 2x + 4$ è divisibile per $x^2 + x + 1$?

4. Si risolva il sistema di congruenze

$$\begin{cases} 3x & \equiv & 1 & \pmod 2 \\ 2x & \equiv & -1 & \pmod 3 \\ 5x & \equiv & 4 & \pmod 7. \end{cases}$$