

ESERCIZI SU  
**EQUAZIONI DIOFANTEE,  
CONGRUENZIALI, MODULARI;  
ARITMETICA MODULARE, M.C.D.**

*N.B.: il simbolo  $\hat{\otimes}$  contrassegna gli esercizi (relativamente) più complessi.*

— \* —

**1** — (a) Calcolare  $MCD(1812, 724)$  ed una identità di Bézout per esso.

(b) Calcolare, se possibile, una soluzione per ciascuna delle due equazioni diofantee

$$1812x + 724y = 14 \quad , \quad 1812x + 724y = 12 \quad .$$

**2** — (a) Calcolare  $MCD(267, 112)$  ed una identità di Bézout per esso.

(b) Calcolare, se possibile, una soluzione dell'equazione diofantea  $267x + 112y = 14$  .

(c) Calcolare, se esiste, l'inverso  $\overline{112}^{-1} \in \mathbb{Z}_{267}$  della classe  $\overline{112} \in \mathbb{Z}_{267}$  .

**3** — Calcolare tutte le soluzioni della equazione congruenziale  $259x \equiv 16 \pmod{11}$  .

**4** — Calcolare tutte le soluzioni della equazione congruenziale  $7x \equiv 5 \pmod{256}$  .

**5** — Calcolare tutte le soluzioni della equazione congruenziale  $73x \equiv -101 \pmod{35}$  .

**6** — Calcolare tutte le soluzioni del sistema di equazioni congruenziali seguente:

$$\hat{\otimes} : \begin{cases} 21x \equiv -93 & (\text{mod } 4) \\ -11x \equiv 39 & (\text{mod } 7) \\ 6179x \equiv 983 & (\text{mod } 3) \\ 71x \equiv 52 & (\text{mod } 5) \end{cases}$$

**7** — Calcolare tutte le soluzioni del sistema di equazioni congruenziali seguente:

$$\hat{\otimes} : \begin{cases} 79x \equiv 91 & (\text{mod } 8) \\ -81x \equiv -129 & (\text{mod } 7) \\ 39x \equiv 132 & (\text{mod } 15) \end{cases}$$

2 EQUAZ. DIOFANTEE, CONGRUENZIALI, MODULARI; ARITMETICA MODULARE, M.C.D.

**8** — Calcolare, se esiste, l'inverso  $\bar{z}^{-1}$  di ciascuno dei seguenti elementi nel rispettivo anello unitario:  $\bar{z} := \overline{91} \in \mathbb{Z}_{100}$ ,  $\bar{z} := \overline{37} \in \mathbb{Z}_{42}$ ,  $\bar{z} := \overline{28} \in \mathbb{Z}_{42}$ ,  $\bar{z} := \overline{21} \in \mathbb{Z}_{55}$ .

**9** — Verificare che in  $\mathbb{Z}_{21}$  si ha  $\bar{5}^{159} = -\bar{1}$ ,  $\bar{3}^{41} = \bar{12}$ ,  $\bar{15}^{159} = -\bar{6}$ .

**10** — Calcolare le ultime due cifre decimali di  $7^{6503219}$ .

---

---