

ALGEBRA e LOGICA

CdL in Ingegneria Informatica — a.a. 2012/2013

prof. Fabio GAVARINI

Sessione Estiva — II appello

Esame scritto del 19 Luglio 2013

.....
N.B.: compilare il compito in modo sintetico ma **esauriente**, spiegando
chiaramente quanto si fa, e scrivendo in corsivo con grafia leggibile.

..... ◊

[1] (a) Calcolare una soluzione dell'equazione diofantea $20x + 12y = -28$, se esiste; se invece non esiste se ne spieghi la ragione.

(b) Calcolare — se esiste — la classe $\bar{z}^{-1} \in \mathbb{Z}_{20}$ inversa della classe $\bar{z} \in \mathbb{Z}_{20}$ nei due casi $z := 11$ e $z := 12$; nel caso in cui \bar{z}^{-1} non esista se ne spieghi la ragione.

[2] Si consideri il polinomio booleano — nelle tre variabili u, v e w — dato da
 $f(u, v, w) := (w \vee u')' \vee ((w' \wedge u' \wedge v)' \wedge (v' \vee u \vee w'))' \vee ((w \vee u' \vee v') \wedge (v' \vee w \vee u))'$

(a) Determinare la *forma normale disgiuntiva* di f .

(b) Utilizzando il *Metodo del Consenso*, determinare la *somma di tutti gli implicanti primi* di f .

(c) Determinare — magari sfruttando i risultati ottenuti in (a) e/o in (b), ma non necessariamente — una *forma minimale* di f .

[3] Calcolare tutte le successioni $\underline{a} := \{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ di numeri reali tali che

$$a_0 = 2 \quad , \quad a_1 = -1 \quad , \quad a_{n+2} = 3a_{n+1} + 10a_n \quad \forall n \geq 0 \quad .$$

[4] Determinare tutte le soluzioni del sistema di equazioni congruenziali

$$\begin{cases} 23x \equiv 15 \pmod{7} \\ 13x \equiv 5 \pmod{3} \\ 17x \equiv 10 \pmod{5} \end{cases}$$

[5] Per $r \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ sia $\lceil r \rceil := \min \{n \in \mathbb{N} \mid r \leq n\}$ l'“arrotondamento superiore” di r . Sia \triangleleft la relazione (in $\mathbb{R}_{\geq 0}$) $r_1 \triangleleft r_2 \iff \lceil r_1 \rceil \leq \lceil r_2 \rceil$, per ogni $r_1, r_2 \in \mathbb{R}_{\geq 0}$. Si dimostri che:

(a) esiste uno ed un solo $r_{\downarrow} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ tale che $r_{\downarrow} \triangleleft r$ per ogni $r \in \mathbb{R}_{\geq 0}$;

(b) non esiste un $r^{\uparrow} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ tale che $r \triangleleft r^{\uparrow}$ per ogni $r \in \mathbb{R}_{\geq 0}$;

(c) la relazione \bowtie in $\mathbb{R}_{\geq 0}$ definita da $r_1 \bowtie r_2 \iff (r_1 \triangleleft r_2) \wedge (r_2 \triangleleft r_1)$ è un'equivalenza.

(d) Calcolare esplicitamente le classi di \bowtie -equivalenza $[r]_{\bowtie}$ degli elementi $r = 7,34$, $r = 5,281$ e $r = 9$.
