

**ALGEBRA e LOGICA**  
**CdL in Ingegneria Informatica — a.a. 2012/2013**  
*prof. Fabio GAVARINI*

*Sessione Estiva Anticipata - I sessione / I appello*  
Esame scritto del 4 Febbraio 2013 — COMPITO ♠

.....

*N.B.: compilare il compito in modo sintetico ma **esauriente**, spiegando  
chiaramente quanto si fa, e scrivendo in *corsivo* con grafia leggibile.*

..... ♠ .....

[1] Determinare — se esistono — tutte le successioni  $\underline{a} := \{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$  tali che

$$a_0 = -1 \quad , \quad a_1 = 2 \quad , \quad a_n = 2a_{n-1} + 2a_{n-2} \quad \forall n \geq 2 \quad .$$

[2] Determinare se esista una soluzione per ciascuna delle due equazioni diofantee seguenti:

$$(a) : 39x + 52y = 14 \quad , \quad (b) : 39x + 52y = -26$$

In caso positivo, calcolare esplicitamente una tale soluzione. In caso negativo, spiegare perché una tale soluzione non esista.

[3] Si consideri il polinomio booleano — nelle tre variabili  $x, y$  e  $z$  — dato da

$$p(x, y, z) := \left( (y \vee x' \vee z') \wedge (x \vee z' \vee y) \right)' \vee \left( (z' \vee x \vee z') \wedge (y \vee x') \right)'$$

(a) Determinare la *forma normale disgiuntiva* di  $p$ .

(b) Utilizzando il *Metodo del Consenso*, determinare la *somma di tutti gli implicanti primi* di  $p$ .

(c) Determinare — eventualmente sfruttando i risultati ottenuti in (a) e/o in (b) — una *forma minimale* di  $p$ .

[4] Determinare tutte le soluzioni del sistema di equazioni congruenziali

$$\circledast : \begin{cases} 61x \equiv -12 \pmod{5} \\ 29x \equiv 16 \pmod{3} \end{cases}$$

---

---