

ALGEBRA e LOGICA
CdL in Ingegneria Informatica
prof. Fabio GAVARINI

Sessione Estiva Anticipata 2013–2014 / Sessione Invernale 2012–2013 — I appello
Esame scritto del 3 Febbraio 2014 — COMPITO S

.....

*N.B.: compilare il compito in modo sintetico ma **esauriente**, spiegando
chiaramente quanto si fa, e scrivendo in corsivo con grafia leggibile.*

..... §

[1] Determinare — se esistono — tutte le successioni $\underline{a} := \{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ tali che

$$a_0 = 4 \quad , \quad a_1 = 13 \quad , \quad a_n = -a_{n-1} + 6a_{n-2} \quad \forall n \geq 2$$

e tutte le successioni $\underline{b} := \{b_n\}_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ tali che

$$b_0 = 3 \quad , \quad b_1 = 11 \quad , \quad b_2 = 7 \quad , \quad b_n = -b_{n-1} + 6b_{n-2} \quad \forall n \geq 2 \quad .$$

[2] Dimostrare che per ogni $n \in \mathbb{N}_+$ si ha $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$.

[3] Si consideri il polinomio booleano — nelle tre variabili x, y e z — dato da

$$S(x, y, z) := \left((y \wedge 1 \wedge x')' \wedge (z \vee (x \vee y)' \vee z) \right)' \vee (0 \wedge z \wedge x')'' \vee \\ \vee \left(y' \wedge (x \vee z')'' \wedge (y'' \vee (z' \wedge y)) \right) \vee (x \vee y')'$$

(a) Determinare la *forma normale disgiuntiva* di S .

(b) Determinare la *somma di tutti gli implicanti primi* di S .

(c) Determinare una *forma minimale* di S .

[4] Determinare l'insieme di tutte le soluzioni del sistema di equazioni congruenziali

$$\circledast : \begin{cases} 29x \equiv 12 \pmod{3} \\ -13x \equiv 20 \pmod{7} \\ 165x \equiv -17 \pmod{8} \end{cases}$$

[5] (a) Determinare il resto di 865^{40721} nella divisione per 21 .

(b) Nell'anello \mathbb{Z}_{21} delle classi resto modulo 21, calcolare, se esiste, la classe $\overline{25}^{-1}$ inversa della classe $\overline{25}$ (rispetto alla moltiplicazione), oppure dimostrare che tale classe inversa non esiste.