

ALGEBRA e LOGICA
CdL in Ingegneria Informatica
prof. Fabio GAVARINI

Sessione Estiva Anticipata 2013–2014 / Sessione Invernale 2012–2013 — I appello
Esame scritto del 3 Febbraio 2014 — COMPITO P

.....

*N.B.: compilare il compito in modo sintetico ma **esauriente**, spiegando
chiaramente quanto si fa, e scrivendo in corsivo con grafia leggibile.*

..... P

[1] Dimostrare che per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha $\sum_{h=0}^n \frac{1}{2^h} = 2 - \frac{1}{2^n}$.

[2] Determinare l'insieme di tutte le soluzioni del sistema di equazioni congruenziali

$$\circledast : \begin{cases} 29x \equiv 11 \pmod{4} \\ -13x \equiv 27 \pmod{5} \\ 165x \equiv -15 \pmod{9} \end{cases}$$

[3] Determinare — se esistono — tutte le successioni $\underline{a} := \{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ tali che

$$a_0 = -1, \quad a_1 = 3, \quad a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2} \quad \forall n \geq 2$$

e tutte le successioni $\underline{b} := \{b_n\}_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ tali che

$$b_0 = 2, \quad b_1 = 3, \quad b_2 = 0, \quad b_n = 6b_{n-1} - 9b_{n-2} \quad \forall n \geq 2.$$

[4] (a) Determinare il resto di 989^{40157} nella divisione per 14.

(b) Nell'anello \mathbb{Z}_{14} delle classi resto modulo 14, calcolare, se esiste, la classe $\overline{-5}^{-1}$ inversa della classe $\overline{-5}$ (rispetto alla moltiplicazione), oppure dimostrare che tale classe inversa non esiste.

[5] Si consideri il polinomio booleano — nelle tre variabili a, b e c — dato da

$$P(a, b, c) := (c \vee b')' \vee \left((c' \wedge b \wedge 1)' \wedge (a \vee (b' \vee c')' \vee a'') \right)' \vee \\ \vee \left(c \wedge (b' \vee a') \wedge (c' \vee (a' \wedge c')) \right) \vee (a \wedge 0 \wedge b)''$$

(a) Determinare la *forma normale disgiuntiva* di P .

(b) Determinare la *somma di tutti gli implicanti primi* di P .

(c) Determinare una *forma minimale* di P .