

**ALGEBRA e LOGICA**  
**CdL in Ingegneria Informatica**  
*prof. Fabio GAVARINI*

*Sessione Estiva Anticipata 2013–2014 / Sessione Invernale 2012–2013 — I appello*  
Esame scritto del 3 Febbraio 2014 — COMPITO  $\mathbb{R}$

.....

*N.B.: compilare il compito in modo sintetico ma **esauriente**, spiegando  
chiaramente quanto si fa, e scrivendo in corsivo con grafia leggibile.*

.....  $\mathbb{R}$  .....

- [1] Determinare l'insieme di tutte le soluzioni del sistema di equazioni congruenziali

$$\circledast : \begin{cases} 29x \equiv 14 \pmod{6} \\ -13x \equiv 21 \pmod{5} \\ 165x \equiv -14 \pmod{7} \end{cases}$$

- [2] (a) Determinare il resto di  $961^{70124}$  nella divisione per 14.

(b) Nell'anello  $\mathbb{Z}_{14}$  delle classi resto modulo 14, calcolare, se esiste, la classe  $\overline{23}^{-1}$  inversa della classe  $\overline{23}$  (rispetto alla moltiplicazione), oppure dimostrare che tale classe inversa non esiste.

- [3] Si consideri il polinomio booleano — nelle tre variabili  $u, v$  e  $w$  — dato da

$$R(u, v, w) := (w' \wedge u \wedge 1)'' \vee (v'' \vee (u' \vee w')' \vee v)' \vee (v \wedge u' \wedge 0) \vee \\ \vee (w \vee u')' \vee ((u' \vee v') \wedge w'' \wedge (w' \vee (v \wedge w')))$$

(a) Determinare la *forma normale disgiuntiva* di  $R$ .

(b) Determinare la *somma di tutti gli implicant primari* di  $R$ .

(c) Determinare una *forma minimale* di  $R$ .

- [4] Dimostrare che per ogni  $n \in \mathbb{N}_+$  si ha  $\sum_{c=1}^n (-1)^c c^2 = (-1)^n \frac{n(n+1)}{2}$ .

- [5] Determinare — se esistono — tutte le successioni  $\underline{a} := \{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$  tali che

$$a_0 = 3, \quad a_1 = -8, \quad a_n = -4a_{n-1} - 4a_{n-2} \quad \forall n \geq 2$$

e tutte le successioni  $\underline{b} := \{b_n\}_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$  tali che

$$b_0 = 3, \quad b_1 = -4, \quad b_2 = 4, \quad b_n = -4b_{n-1} - 4b_{n-2} \quad \forall n \geq 2.$$