

**ALGEBRA e LOGICA**  
**CdL in Ingegneria Informatica**  
prof. Fabio GAVARINI

*Sessione Estiva Anticipata 2013–2014 / Sessione Invernale 2012–2013 — I appello*  
Esame scritto del 3 Febbraio 2014 — COMPITO Q

.....

*N.B.: compilare il compito in modo sintetico ma **esauriente**, spiegando  
chiaramente quanto si fa, e scrivendo in corsivo con grafia leggibile.*

.....     $\mathbb{Q}$     .....

[1] Si consideri il polinomio booleano — nelle tre variabili  $h$ ,  $k$  e  $\ell$  — dato da

$$Q(h, k, \ell) := \left( (\ell' \vee h) \wedge (k \vee (h' \wedge k'')) \wedge k' \right) \vee (h' \vee (\ell' \vee k')' \vee h')' \vee \\ \vee (k' \wedge 1 \wedge \ell)'' \vee (k \vee \ell')' \vee (\ell \wedge 0 \wedge h')$$

(a) Determinare la *forma normale disgiuntiva* di  $Q$ .

(b) Determinare la *somma di tutti gli implicant primari* di  $Q$ .

(c) Determinare una *forma minimale* di  $Q$ .

[2] Determinare — se esistono — tutte le successioni  $\underline{a} := \{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$  tali che

$$a_0 = -1 \quad , \quad a_1 = 7 \quad , \quad a_n = 4a_{n-1} + 5a_{n-2} \quad \forall n \geq 2$$

e tutte le successioni  $\underline{b} := \{b_n\}_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$  tali che

$$b_0 = 2 \quad , \quad b_1 = -8 \quad , \quad b_2 = -22 \quad , \quad b_n = 4b_{n-1} + 5b_{n-2} \quad \forall n \geq 2 \quad .$$

[3] (a) Determinare il resto di  $886^{70418}$  nella divisione per 21.

(b) Nell'anello  $\mathbb{Z}_{21}$  delle classi resto modulo 21, calcolare, se esiste, la classe  $\overline{-17}^{-1}$  inversa della classe  $\overline{-17}$  (rispetto alla moltiplicazione), oppure dimostrare che tale classe inversa non esiste.

[4] Dimostrare che per ogni  $n \in \mathbb{N}$  si ha  $\sum_{s=0}^n (2s)^3 = 2n^2(n+1)^2$ .

[5] Determinare l'insieme di tutte le soluzioni del sistema di equazioni congruenziali

$$\circledast : \begin{cases} 29x \equiv 13 \pmod{2} \\ -13x \equiv 23 \pmod{5} \\ 165x \equiv -12 \pmod{13} \end{cases}$$

---

---