

Universita' degli Studi di Roma "Tor Vergata"
Laurea Triennale in Matematica - a.a. 2021/2022
Corso: Geometria 2 con Elementi di Storia 2
Docente: Prof. F. Flamini, Codocente: Prof. A. Rapagnetta

III Foglio Esercizi Proposti (Homeworks)

- Scrivere negli appositi spazi COGNOME e NOME
- Svolgere i quesiti proposti.
- La consegna degli svolgimenti e' facoltativa
- Consegnare **ESCLUSIVAMENTE** i seguenti fogli stampati e spillati, oppure, se su fogli personali indicare **PRECISAMENTE** la numerazione dei quesiti che si svolgono.
- Scrivere in formato leggibile, giustificando concisamente ma chiaramente tutti i passaggi che si svolgono.

COGNOME NOME:

Esercizio 1. Nel piano euclideo complessificato $\mathbb{E}_{\mathbb{C}}^2$, sia fissato un sistema di riferimento \mathcal{R} ortonormale reale.

- (i) Determinare la distanza del punto $Q = (2i, 1 - i)$ da $A = (i, 2 - i)$.
- (ii) Determinare equazioni parametriche ed equazioni cartesiane delle rette isotrope passanti per il punto A .
- (iii) Stabilire se ciascuna delle rette isotrope, determinate al punto (ii), contengono un solo punto reale e se questi punti reali sono tutti distinti fra loro.

Esercizio 2. Nello spazio euclideo complessificato $\mathbb{E}_{\mathbb{C}}^3$, è assegnato un sistema di riferimento ortonormale reale. Sia data la retta r , passante per i punti

$$A = (3i, 2i - 1, 3) \quad \text{e} \quad B = (2 + 2i, 1 + i, 5 - i),$$

dove le coordinate sono espresse rispetto al riferimento reale dato.

- (i) Stabilire se la retta r è isotropa.
- (ii) Stabilire se la retta r è contenuta in almeno un piano reale.
- (iii) Stabilire se la retta r è contenuta in due piani isotropi

Esercizio 3. Nello spazio euclideo complessificato $\mathbb{E}_{\mathbb{C}}^3$, è assegnato un sistema di riferimento ortonormale reale. Si consideri il piano α , di equazione cartesiana

$$x_1 + 2ix_2 - x_3 + 1 = 0,$$

ed il piano β , di equazione cartesiana

$$4ix_2 - x_3 + 2 = 0.$$

Sia r la retta intersezione tra i piani α e β .

- (i) Determinare tutti i punti reali di r e stabilire se la giacitura di r è reale.
- (ii) Determinare equazioni cartesiane reali per il luogo dei punti reali del piano β .
- (iii) Determinare le direzioni isotrope parallele al piano di equazione cartesiana $x_1 - x_3 = 0$.

Esercizio 4. Nello spazio euclideo complessificato $\mathbb{E}_{\mathbb{C}}^3$, sia fissato un sistema di riferimento $\mathcal{R} = R(O; x_1, x_2, x_3)$ cartesiano ortonormale reale. Sia dato il piano π che, in tale riferimento, ha equazione cartesiana:

$$\pi : x_1 - (1 + i)x_2 + (1 - i)x_3 - 3 = 0.$$

- (i) Stabilire se π e' un piano isotropo.
- (ii) Stabilire se, per ogni punto $P \in \pi$, esiste esattamente una coppia di rette isotrope per P contenute nel piano π .
- (iii) Stabilire se il piano π e' ortogonale ad almeno un piano isotropo passante per l'origine O di $\mathbb{E}_{\mathbb{C}}^3$.