

---

**ESERCIZI**
**1. INSIEMISTICA**

1.1 Sia  $\Sigma$  l'insieme dei punti dello spazio,  $\Gamma$  una sfera e  $N$  il suo polo nord. Quali delle seguenti relazioni sono corrette?

- $N \in \Gamma$ ;
- $N \in \Sigma$ ;
- $\Gamma \in \Sigma$ ;
- $\Gamma \subset \Sigma$ ;
- $N \subset \Sigma$ ;
- $\Gamma \in N$ .

1.2 Dire quali dei seguenti insiemi sono vuoti e descriverne il complementare nell'insieme dei numeri reali:

- A:=  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{1}{3} \text{ e } x \geq \frac{1}{3}\}$ ;  
 B:=  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{1}{3} \text{ e } x > \frac{1}{3}\}$ ;  
 C:=  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{1}{3} \text{ e } x \geq \frac{1}{2}\}$ ;  
 D:=  $\{x \in \mathbb{R} \mid 3x = 0\}$ ;  
 E:=  $\{x \in \mathbb{R} \mid 3x = 1\}$ ;  
 F:=  $\{x \in \mathbb{N} \mid 3x = 0\}$ ;  
 G:=  $\{x \in \mathbb{N} \mid 3x = 1\}$ .

1.3 Quali e quanti sono i sottoinsiemi dell'insieme  $A = \{a, b, c, d\}$ ?

Scegliere  $a, b, c$  tali che posto  $A = \{a, b\}$  e  $B = \{c\}$  risulti  $A = B$ .

1.4 Dati gli insiemi  $X = \{0, 1, 2, \sqrt{2}, 1/3\}$ ,  $Y = \{0, 1, -1/2, \sqrt{2}\}$  e  $Z = \{1, 2, \sqrt{2}, -1/2\}$  determinare

- $X - Y$ ;
- $X \cap Y \cap Z$ ;
- $X \cap (Y \cup Z)$ .

1.5 Quali e quante sono le coppie di  $A \times A$  essendo  $A = \{a, b, c, d\}$ ?

**2. INSIEMI NUMERICI**

2.1. Eseguire senza calcolatrice la divisione con resto di 237 per 43 ed esprimere con un'uguaglianza il significato dell'operazione compiuta.

2.1.1 Si consideri il numero  $3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 19 \cdot 23$ . È possibile decidere se è divisibile per 17 senza eseguire alcuna operazione?

Quali sono i numeri naturali minori di 30 che sono multipli sia di 4 che di 6?

2.1.2 Trovare MCD e mcm di 10002 e 9999.

2.2. Se il prodotto di sette numeri interi è negativo cosa si può dire del segno dei sette fattori?

2.3. Date le frazioni  $\frac{3}{7}$  e  $\frac{4}{5}$  dire qual è la maggiore e trovare un'ulteriore frazione strettamente compresa tra esse.

2.3.1 Ridurre ai minimi termini la frazione  $560/1960$ .

2.3.2 Scrivere la frazione generatrice di  $3,5\overline{27}$ .

Senza far uso della calcolatrice, scrivere sotto forma decimale la frazione  $41/6$ .

2.3.3 Riscrivere in ordine crescente i seguenti numeri:  $\frac{2}{5}$ ; 0; -1; 0,91; -3; 0,19; 0,003.

2.4. Siano  $a, b$  numeri reali tali che  $0 < a \leq b$ . Qual è il maggiore tra i numeri  $1/a$  e  $1/b$ ?

2.4.1 Il numero  $\sqrt{0,9}$  è maggiore, minore o uguale al numero 0,81?

2.4.2 Dati due numeri reali positivi  $a$  e  $b$ , è più grande la loro media aritmetica  $\frac{a+b}{2}$  oppure la loro media geometrica  $\sqrt{ab}$ ?

2.4.3 Posizionando sulla retta reale i numeri  $1 - 1/2$ ,  $1 - 3/2$ ,  $1 - 1/4$ ,  $-1 + 3/2$ ,  $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$  si ottengono 3 segmenti e due semirette. Quale dei segmenti che si formano è il più grande?

2.4.4 Per quali  $x \in \mathbb{R}$  risulta  $|x - 1| + 2 = 0$ ?

4.4 Eseguire, utilizzando la regola di Ruffini, la divisione  $(3x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 12) : (x - 2)$  scrivendone preliminarmente il resto.

Decomporre il seguente polinomio  $x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12$  in prodotto di polinomi di primo grado.

4.5 Calcolare  $(x - 3)^8$ .

È possibile scomporre nel prodotto di due polinomi di grado uno il polinomio  $x^2 - 4$ ? Ed il polinomio  $x^2 + 4$ ?

Scomporre i seguenti polinomi nel prodotto di almeno due polinomi di grado inferiore a quello del polinomio di partenza

- $3x^4 - 19$ ;
- $x^6 - 64$ ;
- $x^9 - 512$ ;
- $x^6 + 64$ ;
- $x^4 + 1$ .

4.6 Decomporre, senza usare la formula risolutiva delle equazioni di secondo grado, i seguenti polinomi di secondo grado nel prodotto di due polinomi di primo grado:

- $x^2 - 3x + 12$ ;
- $x^2 - 7x + 12$ ;
- $x^2 - 3x$ ;
- $x^2 - 32$ ;
- $x^2 - x + 0, 25$ .

4.7 Stabilire quante soluzioni negative hanno le equazioni

- $x^2 - 3x + 12 = 0$ ;
- $x^2 - 7x + 12 = 0$ ;
- $x^2 + 5x + 12 = 0$ ;
- $x^2 + 2x + 1 = 0$ ;
- $x^2 - 32 = 0$ ;
- $x^2 - x + 0, 25 = 0$ .

## 5. EQUAZIONI E DISEQUAZIONI

5.1 Dire di quali delle seguenti espressioni è soluzione  $x_0 = 2$ :

- $(x - 2)^2 = 0$ ;
- $(x - 2)^2 \geq 0$ ;
- $x^2 - 3x + 5 \geq 0$ ;
- $x^2 - 3x + 5 \leq 0$ ;
- $x \neq 2$ ;
- $x = 2$ .

5.2 Risolvere l'equazione  $(2x + 1)(3x - 2)(x + 4) = 0$ .

Scrivere un'equazione di terzo grado che abbia per soluzioni i numeri  $-1, 4, 11/3$ .

Trovare le radici (reali) di  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ .

Risolvere  $4x^3 - 12x^2 + 11x - 3 = 0$ .

5.3 Determinare i valori di  $x$  per i quali risulta  $2x - 3 > 0$ .

Determinare i valori di  $x$  per i quali risulta  $-2x > -1$ .

5.4 Risolvere il sistema

$$\begin{cases} 0, 3x + 0, 12y = 0; \\ 5x - 2y = 2. \end{cases}$$

5.5 Risolvere le seguenti disequazioni:

- $4x^2 - 5x + 1 \geq 0$ ;
- $5x - x^2 \geq 0$ ;
- $9x^2 - 6x + 1 \geq 0$ ;
- $4x - 1 - 4x^2 \geq 0$ ;
- $x^2 + 2x + 4 > 0$ ;
- $x^2 - 16 < 0$ ;
- $3 - x^2 > 0$ .

- 6.7 Considerata una circonferenza e un punto del piano dire quante tangenti si possono mandare dal punto alla circonferenza a seconda che il punto sia esterno interno o appartenente alla circonferenza.
- 6.8 Una piazza quadrata può essere ricoperta da 100 mattonelle quadrate di lato  $1m$ . Quante mattonelle di lato  $0.5m$  occorrono per ricoprire la stessa piazza? Quanti mattoni cubici di lato  $1m$  occorrono per formare una struttura cubica di lato  $1m$ ?
- 6.9 Qual è l'area di un esagono regolare di lato  $l$ ?
- 6.10 L'intersezione di due piani distinti nello spazio è una retta se i piani sono incidenti, l'insieme vuoto se i piani sono paralleli. Quali tipi di intersezione si possono presentare se si hanno tre piani distinti nello spazio?
- 6.11 Quanto misura la diagonale di un cubo di lato  $1 m$ ?  
Due sfere hanno rispettivamente superficie  $S_1$  ed  $S_2$  e volume  $V_1, V_2$ . Se  $S_1 = 4S_2$ , qual è il valore del rapporto  $V_1/V_2$ ?

7. CENNI DI TRIGONOMETRIA

- 7.1 Tradurre in radianti la misura degli angoli la cui ampiezza espressa in gradi è pari a  $180^\circ, 60^\circ, -45^\circ, 105^\circ$ .  
Tradurre in gradi la misura degli angoli la cui ampiezza espressa in radianti è pari a  $-\frac{\pi}{6}, \frac{7}{2}\pi, \frac{3}{4}\pi, \frac{\pi}{12}$ .  
Usando la calcolatrice scientifica si dica quanti gradi vale un radiante approssimando il risultato al decimo di secondo.
- 7.2 Provare che  $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x$ .
- 7.3 Calcolare

$$\frac{\operatorname{sen} \frac{7}{4}\pi - \cos(-5\pi)}{(\operatorname{tg} \frac{1}{3}\pi)^2 + \operatorname{sen}(-\frac{5}{6}\pi)}$$

- 7.4 Determinare le soluzioni dell'equazione  $\operatorname{sen} 2x = 2\operatorname{sen} x$ .
- 7.5 Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni
  - $\operatorname{sen} x = \frac{1}{2}$ ;
  - $\cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;
  - $\operatorname{tg}^2 x < 1$ ;
  - $\cos^2 x < \frac{1}{4}$ ;
  - $\operatorname{sen}^2 x \geq 1$ .
- 7.6 Usando la calcolatrice scientifica si approssimino alla prima cifra decimale le quantità  $\operatorname{sen}(1^\circ)$  e  $\operatorname{sen}(1\text{radiante})$ . Usando la calcolatrice scientifica determinare in radianti il valore dell'angolo  $x \in [0, \pi/2]$  tale che  $\operatorname{sen} x = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ .  
Svolgere lo stesso esercizio determinando  $x$  in gradi per  $x \in [90^\circ, 180^\circ]$ .
- 7.7 Determinare la misura dell'altezza relativa alla base di un triangolo isoscele avente i lati congruenti di  $40 \text{ cm}$  e angoli alla base di  $30^\circ$ .