

FOGLIO 6 - Esercizi Riepilogativi

**Esercizio 1:** Sia  $RC(O, \mathcal{E})$  il riferimento usuale per  $\mathbb{R}^3$  con coordinate  $(x, y, z)$ . Stabilire la natura delle quadrica euclidea  $Q$ , di equazione cartesiana

$$x^2 + 2xy + y^2 - 3x - 3y + 2 = 0.$$

Dedurre inoltre la sua forma canonica affine.

**Esercizio 2:** Sia  $RC(O, \mathcal{E})$  il riferimento usuale per  $\mathbb{R}^3$  con coordinate  $(x, y, z)$ . Stabilire la natura delle quadrica euclidea  $Q$ , di equazione cartesiana

$$x^2 + 2xy + y^2 + x + z = 1.$$

Dedurre inoltre la sua forma canonica affine.

**Esercizio 3:** Sia  $l$  la retta di  $\mathbb{P}^2$ , di equazione cartesiana  $x_0 + x_1 = 0$ . Si considerino i punti  $P = [0, 1, -1]$ ,  $Q = [1, 0, 0]$ ,  $R = [1, -1, 1]$  e  $K = [0, -2, 2]$ . Sia  $S := \{P, Q, R, K\}$  il sottoinsieme di punti nel piano proiettivo.

(i) Quanti elementi ha il sottoinsieme  $S$  di  $\mathbb{P}^2$ ?

(ii) Determinare quali dei punti in  $S$  giace su  $l$ .

(iii) Verificare che i punti di  $S$  sono collineari, cioè stanno su una retta  $m$  di  $\mathbb{P}^2$ .

**Esercizio 4:** (i) In  $\mathbb{P}^2$ , con riferimento proiettivo usuale, si considerino i punti  $[1, 2, 3]$ ,  $[1, 0, -1]$ ,  $[2, 1, 0]$ . Stabilire se sono collineari.

(ii) Determinare l'equazione omogenea della retta per i due punti  $P = [1, 1, -1]$  e  $Q = [1, 1, 0]$  di  $\mathbb{P}^2$ .

(iii) Determinare l'intersezione delle rette  $x_0 - x_1 + x_2 = 0$  e  $2x_0 - x_1 - x_2 = 0$  in  $\mathbb{P}^2$ .