

Esercizi Riepilogativi relativi alle lezioni di: 06/02/06, 08/02/06 e 09/02/06

Nei seguenti esercizi, si consideri fissato una volta per tutte un riferimento proiettivo per  $\mathbb{P}^1$ , rispettivamente  $\mathbb{P}^2$ , con coordinate omogenee  $[x_0, x_1]$ , rispettivamente  $[x_0, x_1, x_2]$ .

**Esercizio 1:** Determinare la proiettività

$$f : \mathbb{P}^1 \rightarrow \mathbb{P}^1$$

che manda i punti  $[1, 0]$ ,  $[0, 1]$  e  $[1, 1]$  ordinatamente nei punti  $[2, 3]$ ,  $[2, -1]$  e  $[0, 1]$ .

- (i) Calcolare i trasformati mediante  $f$  dei punti  $[1, 4]$  e  $[3, 1]$ ;
- (ii) Determinare eventuali punti fissi di  $f$ ;
- (iii) Può  $f$  essere una proiettività ?

**Esercizio 2:** Siano  $P, Q, R \in \mathbb{P}^1$  punti distinti. Costruire geometricamente una proiettività  $f : \mathbb{P}^1 \rightarrow \mathbb{P}^1$  t.c.  $f(P) = Q$ ,  $f(Q) = R$ ,  $f(R) = P$ .

**Esercizio 3:** Sia  $V$  un punto di  $\mathbb{P}^2$  e siano  $l, m$  e  $n$  tre rette per  $V$ . Siano  $P$  e  $Q$  due punti e sia  $f : l \rightarrow n$  la proiettività di centro  $P$  di  $l$  su  $n$  seguita dalla proiettività di centro  $Q$  di  $n$  su  $m$ . Dimostrare che  $f$  è una proiettività di centro un punto  $R$  che sta sulla retta  $PQ$ .