

VII Foglio Esercitazioni

Esercizi 1–4. SVOLGIMENTO ESERCIZI DELL'ESONERO

I TESTI DEI QUATTRO ESERCIZI SONO SIA SUL CANALE TEAMS SIA SULLE
CORREZIONI SVOLTE A MANO SUI FILES SCANSITI

Esercizio 5. Nello spazio vettoriale \mathbb{R}^2 , dotato della base canonica $\mathcal{E} := \underline{e}_1, \underline{e}_2$, sia dato il sistema di vettori

$$\mathcal{B} := \{\underline{b}_1 = 2\underline{e}_1 + 2\underline{e}_2, \underline{b}_2 = 2\underline{e}_1 + 3\underline{e}_2\}$$

ed i vettori $\underline{u} = 5\underline{b}_1 - 4\underline{b}_2$, $\underline{z} = \underline{e}_1 + 6\underline{e}_2$ e $\underline{w} = 3\underline{e}_1 + 6\underline{e}_2$.

- (i) Verificare che \mathcal{B} e' una base \mathbb{R}^2 .
- (ii) Determinare le coordinate del vettore \underline{u} in base \mathcal{E} .
- (iii) Determinare le coordinate del vettore \underline{z} in base \mathcal{B} .
- (iii) Se $\mathcal{E}^3 = \{\underline{f}_1, \underline{f}_2, \underline{f}_3\}$ denota la base canonica di \mathbb{R}^3 , si consideri l'applicazione lineare definita da

$$\varphi(\underline{f}_1) = \underline{e}_1 + 2\underline{e}_2, \varphi(\underline{f}_1 - \underline{f}_2) = \underline{0}, \varphi(\underline{f}_3 - 2\underline{f}_2) = \underline{0}.$$

Determinare la matrice rappresentativa di φ nelle basi \mathcal{E}^3 e \mathcal{E}^2 , deducendo dimensione di $\text{Im}(\varphi)$ e di $\text{Ker}(\varphi)$.

- (iv) Verificare e motivare che l'insieme delle controimmagini mediante φ del vettore \underline{z} e' l'insieme vuoto.
- (v) Determinare l'insieme delle controimmagini mediante φ del vettore \underline{w} , calcolando equazioni cartesiane e parametriche del sottospazio affine di \mathbb{R}^3 che esso individua.