

TUTORATO 5 GEOMETRIA 1

Corso di Laurea in Scienze e Tecnologia per i Media - Roma "Tor Vergata"

Roma, 4 Dicembre 2015

1. Sia $\mathcal{B} = \{x_1 = (1, 1, 2), x_2 = (2, -1, 1), x_3 = (3, 1, 2)\}$

- (a) Dire se \mathcal{B} è una base
- (b) Calcolare le componenti in \mathcal{B} di $x = (0, 1, 3)$
- (c) Trovare $y \in \mathbb{R}^3$ tale che $[y]_{\mathcal{B}} = x$
- (d) Trovare una base \mathcal{B}_0 di \mathbb{R}^3 tale che $[x]_{\mathcal{B}} = (1, 1, 1)$
- (e) Calcolare $M_{\mathcal{C}, \mathcal{B}}$ e $M_{\mathcal{B}, \mathcal{C}}$ matrici di cambiamento di base

2. Sia $f : \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}_1[x]$ data da $f(1+x) = 1$, $f(1+x^2) = 1+x$, $f(x+x^2) = x$

- (a) Verificare che f sia ben definita (cioè unica) e lineare
- (b) Calcolare la matrice associata ad f rispetto alla base canonica ed alla base $\mathcal{B} = \{1+x+x^2, 1+x^2, x+x^2\}$ dopo aver verificato che questa è una base
- (c) Verificare la formula del cambiamento di base per la matrice associata ad una applicazione lineare

3. Dire se

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -4 & -1 & -8 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

è diagonalizzabile ed in caso affermativo scriverne la relativa forma diagonale

4. Dire per quali $t \in \mathbb{R}^3$ la matrice

$$A_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & t^2 \\ 0 & t & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

è diagonalizzabile

5. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare individuata da

$$L_f = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

- (a) Calcolarne gli autovalori con le relative molteplicità algebriche
- (b) Calcolarne gli autspazi e trovare, se esiste, una base di \mathbb{R}^3 composta da autovettori di f
- (c) Scrivere la forma diagonale di L_f