

# ANALISI MATEMATICA 1 INGEGNERIA

## A.A. 2014/2015

F. FIDALEO, S. VIAGGIU

### 1. NUMERI REALI

- Numeri naturali, interi, razionali, costruzione dei numeri reali; principio di induzione.
- Estremo superiore ed inferiore e loro proprietà.
- Potenze, radici e logaritmi.
- Cenni di calcolo combinatorio: Permutazioni, Disposizioni, Combinazioni, binomio di Newton.

### 2. NUMERI COMPLESSI

- Definizione, rappresentazione cartesiana.
- Rappresentazione polare, esponenziale complesso: formula di Eulero, radici  $n$ -esime dell'unità.
- Formula risolvente dell'equazione di 2 grado e soluzioni di semplici equazioni algebriche e non algebriche in campo complesso.

### 3. FUNZIONI REALI DI UNA VARIABILE

- Dominio, immagine e grafico.
- Funzioni monotone e funzioni invertibili.
- Richiami sulle funzioni esponenziali, logaritmiche e trigonometriche.

### 4. SUCCESSIONI

- Limite di una successione: definizione e proprietà.
- Successioni monotone, numero di Nepero.
- Limite superiore e inferiore, principali proprietà.
- Sottosuccessioni, teorema di Bolzano-Weierstrass, successioni di Cauchy.

### 5. LIMITI DI FUNZIONI

- Richiami di topologia: intorni, intorni dei punti all'infinito, punti di accumulazioni, aperti, chiusi, chiusura, interno e frontiera di un insieme, insiemi compatti: teorema di Heine-Borel.
- Limite di una funzione: definizione e proprietà, teorema ponte.
- Infinitesimi, infiniti, confronti tra infinitesimi e infiniti, forme indeterminate, limiti notevoli, confronto all'infinito di potenze, logaritmi ed esponenziali.
- Il simbolo  $o$ .

## 6. FUNZIONI CONTINUE

- Definizione, punti di discontinuità.
- Teorema degli zeri, teorema dei valori intermedi.
- Massimi e minimi di funzioni continue, teorema di Weierstrass.
- Continuità della funzione inversa.
- Uniforme continuità, teorema di Heine–Cantor.

## 7. CALCOLO DIFFERENZIALE PER FUNZIONI DI UNA VARIABILE

- Derivabilità e retta tangente, differenziale, equivalenza con il concetto di differenziabilità.
- Derivata delle funzioni elementari, regole di derivazione.
- Estremi locali e derivate.
- Teorema di Rolle, di Lagrange e di Cauchy.
- Derivate successive e convessità (cenni).
- Studio del grafico di funzioni.
- Teorema di de L'Hôpital.
- Funzioni Lipschitziane e connessione con la derivabilità (cenni).

## 8. INTEGRALE DI RIEMANN

- Definizione di integrale di Riemann, proprietà, condizioni di integrabilità.
- Classi di funzioni integrabili: integrabilità di funzioni continue e monotone.
- Teorema della media e della media pesata per gli integrali.
- Il teorema fondamentale del calcolo integrale.
- Metodi di integrazione: integrazione per parti, per sostituzione.
- Integrazione delle funzioni razionali: fratti semplici, sostituzioni speciali.

## 9. INTEGRALI IMPROPRI

- Definizione di integrabilità in senso improprio.
- Integrali impropri di funzioni continue positive: teorema del confronto e del confronto asintotico.
- Assoluta integrabilità in senso improprio.

## 10. POLINOMI DI TAYLOR

- Definizioni, teorema di Taylor per il resto.
- Formula integrale del resto e formula di Lagrange.
- Calcolo dei polinomi di Taylor di funzioni elementari.
- Applicazioni al calcolo dei limiti e ad approssimazioni di numeri irrazionali.

## 11. CALCOLO INFINITESIMALE PER FUNZIONI DI PIÙ VARIABILI

- Limiti e continuità.
- Derivate parziali e definizione di gradiente, significato geometrico.
- Derivate direzionali e derivata debole, differenziale e derivata forte, varietà tangente.
- Teorema del differenziale totale.
- Differenziabilità di funzioni composte: regola della catena.
- Funzioni a valori vettoriali, matrice Jacobiana.

- Applicazioni all'analisi vettoriale (cenni): (iper)superfici di livello, varietà normale.
- Passaggio al limite e derivazione sotto il segno di integrale.

## 12. INTRODUZIONE ALLE EQUAZIONI DIFFERENZIALI ALLE DERIVATE ORDINARIE

- Equazioni differenziali di ordine  $n$  risolte rispetto alla derivata di ordine più alto: trasformazione in un sistema differenziale del primo ordine, teoremi di Peano e di Cauchy (senza dimostrazione).
- Equazioni del primo ordine a variabili separabili.
- L'equazione differenziale lineare del primo ordine: formula risolvente.
- Equazioni differenziali lineari di ordine  $n$  a coefficienti costanti omogenee e non omogenee, equazione omogenea associata, polinomio caratteristico.
- Soluzioni di equazioni differenziali lineari di ordine  $n$  a coefficienti costanti: soluzione dell'equazione omogenea associata e ricerca di una soluzione particolare dell'equazione data col metodo degli annihilatori.

Testi consigliati:

- (1) M. Bertsch, R. Dal Passo, L. Giacomelli *Analisi Matematica*, McGraw-Hill, Milano.
- (2) E. Callegari *Quesiti di analisi matematica*, Aracne, Roma (per gli esercizi).
- (3) T. M. Apostol *Calcolo, volumi I, III*, Boringhieri, Torino.
- (4) P. Marcellini, C. Sbordone. *Analisi Matematica 1*, Liguori, Napoli.