

ANALISI MATEMATICA, INFORMATICA. PROVA SCRITTA (23/1/2023)

- Il compito è composto da tre esercizi da svolgere utilizzando **SOLO** lo spazio lasciato in questi fogli, più un foglio aggiuntivo. È vietato l'uso di ogni supporto tecnologico (come per esempio le calcolatrici tascabili).
- I passaggi non adeguatamente giustificati non saranno presi in considerazione. Con m **viene indicato il mese della data di nascita dell'esaminando. Negli esercizi, m deve essere fissato in questo modo.**
- Completare subito questa pagina con cognome e nome.
- Scrivere cognome e nome **su ogni foglio**.

Cognome:	EX	Pt
	1	
Nome:	2	
	3	
Data di Nascita:	4	
	5	
Matricola:	TOT.	

Esercizio 1. Sia $f(x) := \log_{\frac{1}{2m}}(m^2 - x^2)$ e

$$f^n(x) := (f \circ f \cdots \circ f)(x), \quad n - \text{volte}.$$

Per $n = 1, 2$, si determini il dominio della funzione composta f^n .

Esercizio 2. Si calcolino i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos \frac{2x}{m}}{\ln \cos \frac{5x}{m}},$$

$$\lim_n \left(1 + \frac{m}{3 \ln n}\right)^{\ln(n^m)}.$$

Esercizio 3. Si studi la seguente funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{3m - x^2}}{x},$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, punti di massimo/minimo relativo con i rispettivi valori, intervalli di crescita/decrecenza. Determinare eventuali punti di flesso, e intervalli di concavità/convessità di f .

Esercizio 4. Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int \cos x \ln \left(\frac{\sin x}{5m} + m \right) dx$$

(suggerimento: si applichi prima la sostituzione $t = \frac{\sin x}{5m} + m$, poi si integri per parti).

Esercizio 5. Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{xy}{(x-m)^2}, \\ y(0) = 2m \end{cases}$$

Svolgimento: